

# Cvičení 6 – Inicializace odhadu regresního modelu

## Algoritmus odhadu parametrů normálního regresního modelu:

❶ Pro čas  $t = 0$  nastavíme počáteční statistiky  $V_0, \kappa_0$

❷ Pro čas  $t = 1, 2, \dots$

❶ Měříme data  $d_t = \{y_t, u_t\}$

❷ Datová matice  $D_t = \begin{bmatrix} y_t \\ \psi_t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_t & \psi_t' \end{bmatrix}$

❸ Update statistik  $V_t = V_{t-1} + D_t, \quad \kappa_t = \kappa_{t-1} + 1$

❹ Jdeme na krok 2.1

❸ Rozklad informační matice  $V_t = \begin{bmatrix} V_y & V_{y\psi}' \\ V_{y\psi} & V_\psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cdot & \text{---} \\ | & \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix} \end{bmatrix}$

❹ Výpočet bodových odhadů parametrů  $\hat{\theta}_t = V_\psi^{-1} V_{y\psi},$

$$\hat{r}_t = \frac{V_y - V_{y\psi}' V_\psi^{-1} V_{y\psi}}{\kappa_t}$$

# Počáteční informační matice z apriorních dat

## Příklad 1: Model rychlosti auta v koloně ve městě

$$y_t = b_0 v_{1;t} + c_0 v_{2;t} + a_1 y_{t-1} + b_1 v_{1;t-1} + c_1 v_{2;t-1} + e_t$$

- $v_{1;t}$  – rychlost vpředu jedoucího vozidla
- $v_{2;t}$  – vzdálenost mezi vozidly
- Čas  $t$  – sekundy

### Ve Scilabu:

- Nulová / jednotková  $V_t$  vs. z apriorních dat
- Počet apriorních dat

Opakování: Dimenze informační matice  $V_0$

Datová matice  $D_t$

Rozklad informační matice  $V_t$

Výsledný model – odhad  $\hat{\theta}_t$

$$y_t = 0.6205564 v_{1;t} + 0.6944310 v_{2;t} + 0.6967247 y_{t-1} - \\ 0.3944665 v_{1;t-1} - 0.3053540 v_{2;t-1} + e_t$$

Viz programy pro cvičení 6

# Online vs. offline odhad parametrů

Bayesovský online odhad – z průběžně měřených dat

Offline odhad – ze všech dat najednou

Metoda nejmenších čtverců – stejný výsledek

$$\underbrace{\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \dots \\ y_{nd} \end{bmatrix}}_Y = \underbrace{\begin{bmatrix} \psi'_1 \\ \psi'_2 \\ \dots \\ \psi'_{nd} \end{bmatrix}}_X \underbrace{\begin{bmatrix} b_0 \\ a_1 \\ b_1 \\ \dots \\ k \end{bmatrix}}_{\theta} + \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \dots \\ e_{nd} \end{bmatrix}$$

Bodové odhady parametrů:

$$\hat{\theta} = (X'X)^{-1}X'Y$$

$$\hat{r} = \frac{Y'(Y - X\hat{\theta})}{nd}$$

Príklad 2: Model

$$y_t = b_0 u_t + a_1 y_{t-1} + k + e_t$$

Ve Scilabu:

- Konstrukce  $Y$  a  $X$
- Porovnání výsledků s online odhadem

Viz programy pro cvičení 6

# Zadání pro samostatnou práci

Z modelu

$$y_t = u_t + 0.6y_{t-1} - 1.5u_{t-1} - 0.4y_{t-2} - 0.3u_{t-2} + e_t,$$

s rozptylem  $r = 0.001$  a normálním vstupem  $u_t$  se střední hodnotou  $-9$

- 1 Vygenerujte 800 dat
- 2 Použijte 200 dat pro počáteční informační matici  $V_t$  a zbytek 600 dat pro online odhad. Sledujte vývoj odhadů na grafu
- 3 Použijte stejná data pro odhad parametrů online a offline, porovnejte výsledky