

Příklad 1. Za předpokladu, že výška dětí ve věku 10 let má normální rozdělení s rozptylem 38, určete pravostranný 99% interval spolehlivosti, ve kterém bude ležet neznámá střední hodnota výšky dětí, jestliže z výběru o rozsahu 12 byl vypočten průměr 127,3.

Příklad 2. Za předpokladu, že výška dětí ve věku 10 let má normální rozdělení určete oboustranný 99% interval spolehlivosti, ve kterém bude ležet neznámá střední hodnota výšky dětí, jestliže z výběru o rozsahu 12 byl vypočten průměr 127.3 a rozptyl 38.

Příklad 3. Za předpokladu, že výška dětí ve věku 10 let má normální rozdělení určete levostranný 99% interval spolehlivosti, ve kterém bude ležet neznámá střední hodnota výšky dětí, jestliže z výběru o rozsahu 12 byl vypočten průměr 127.3 a rozptyl 38.

Příklad 4. Pro zjištění přesnosti metody pro stanovení obsahu manganu v oceli byla provedena nezávislá měření vzorků. Chceme stanovit hranici, pro níž platí, že pravděpodobnost hodnoty skutečného rozptylu metody větší než tato hranice bude jen 5%. Změřené hodnoty 'x' jsou $x = [4.3 \ 2.9 \ 5.1 \ 3.3 \ 2.7 \ 4.8 \ 3.6]$;

Příklad 6. Na magistrále v úseku s doporučenou rychlostí 80 km/h jsme kontrolovali rychlost vozidel a získali údaje $x = [72 \ 73 \ 65 \ 136 \ 72 \ 73 \ 66 \ 73 \ 73 \ 72]$. Určete interval rychlostí, kterými jezdí 5 procent nejrychlejších řidičů.

Příklad 8. Na magistrále v úseku s doporučenou rychlostí 80 km/h jsme kontrolovali rychlost vozidel směrem do Prahy. Výběrem byly zjištěny rychlosti $x_D = [72 \ 73 \ 65 \ 136 \ 72 \ 73 \ 66 \ 73 \ 73 \ 72]$ (do Prahy). Určete oboustranný 95%-interval pro rychlosti, kterými řidiči v tomto úseku jezdí.

Příklad 9. Na magistrále v úseku s doporučenou rychlostí 80 km/h jsme kontrolovali rychlost vozidel směrem z Prahy. Výběrem byly zjištěny rychlosti $x_Z = [76 \ 76 \ 75 \ 78 \ 82 \ 78 \ 77 \ 78 \ 81 \ 77 \ 78 \ 77]$ (z Prahy). Určete levostranný 95%-interval pro rychlosti, kterými řidiči v tomto úseku jezdí.

Příklad 10. Na magistrále v úseku s doporučenou rychlostí 80 km/h jsme kontrolovali rychlost vozidel. Výběrem byly zjištěny rychlosti vozidel $x = [78 \ 86 \ 65 \ 92 \ 83 \ 92 \ 85 \ 66 \ 42 \ 82 \ 99 \ 92 \ 75 \ 81 \ 66 \ 76 \ 89 \ 76 \ 97 \ 76 \ 75 \ 56 \ 76 \ 78 \ 96 \ 77 \ 86 \ 79 \ 86 \ 93]$. Určete oboustranný 95%-IS pro podíl řidičů, kteří překračují doporučenou rychlost minimálně o 3 km/h.

Příklad 81a. Předpokládejme, že výška chlapců ve věku 9,5 až 10 roků má normální rozdělení $N(\mu; \sigma^2)$ s neznámou střední hodnotou a rozptylem rovným 39,112. Změřili jsme výšku 15 chlapců a vypočítali průměr 139,13. Určete 99% oboustranný IS pro skutečnou výšku chlapců

Příklad 81b. Předpokládejme, že výška chlapců ve věku 9,5 až 10 roků má normální rozdělení $N(\mu; \sigma^2)$ s neznámou střední hodnotou a rozptylem rovným 39,112. Změřili jsme výšku 15 chlapců a vypočítali průměr 139,13. Určete 95% interval spolehlivosti pro dolní odhad výšky chlapců.

Příklad 82. Přesnost metody analýzy na obsah vápníku je $\sigma = 0,12$. Provedli jsme 6 experimentů a zjistili

průměrnou hodnotu 32.56 % vápníku. Určete 95% IS pro odhad dolní hranice obsahu vápníku za předpokladu normality.

Příklad 83. Sledovali jsme spotřebu oleje pro nátěrové hmoty. Předpokládáme, že tato spotřeba má rozdělení $N(\mu, \sigma^2)$ s neznámými parametry. Na dvanácti vzorcích jsme spotřebu změřili a vypočetli průměr 14.306 a variabilitu $s^2=0.327$. Určete 95% IS pro střední hodnotu spotřeby oleje.

Příklad 84. Pro 25 výrobků jsme zjišťovali spotřebu materiálu. Ze zjištěných hodnot jsme vypočetli průměr 150 a proměnlivost $s^2=15.84$. Za předpokladu normality rozdělení sestrojte oboustranný interval, ve kterém bude ležet skutečná spotřeba materiálu s pravděpodobností 0.95.

Příklad 85a. Na 100 strojích jsme změřili průměr hřídele. Velikost průměru hřídele má rozdělení $N(\mu, \sigma^2)$. Z naměřených hodnot jsme vypočítali jejich variabilitu $s^2=134.7$. Určete interval $\langle d; h \rangle$, ve kterém bude ležet neznámý rozptyl s prp. 0.99.

Příklad 85b. Na 100 strojích jsme změřili průměr hřídele. Velikost průměru hřídele má rozdělení $N(\mu, \sigma^2)$. Z naměřených hodnot jsme vypočítali jejich variabilitu $s^2=134.7$. Určete hranici m , pro kterou platí $P(\sigma^2 \geq m) = 0.95$.

Příklad 86. Ověřovali jsme koncentraci chemické látky v roztoku. Předpokládáme, že má normální rozdělení s neznámými parametry. Provedli jsme 5 analýz s výsledky 17, 12, 15, 16, 11 %. Určete číslo h takové, že hodnoty rozptylů větší než h budou mít pravděpodobnost jen 0.05.

Příklad 88. Pro určitou územní oblast byl učiněn telefonický průzkum zjišťující kolik domácností je vybaveno osobním počítačem. Celkem bylo dotázáno 100 domácností a zjištěno, že 60 domácností z dotázaných počítač vlastní. Určete 95% interval spolehlivosti pro podíl domácností vybavených PC.

Příklad 89. Na jedné jednosměrné křižovatce bylo provedeno měření poměru odbočení. V náhodné hodině bylo provedeno měření, kdy počet aut odbočujících vlevo byl $L=125$ a vpravo $P=76$. Určete 99% interval spolehlivosti pro podíl odbočení vlevo.

Příklad 91. Na rameni křižovatky byla v nejvytíženější hodinu měřena délka kolony. Měření se provádělo každých 10 min a zjišťovala se maximální délka kolony v daném intervalu $x = [15 \ 21 \ 16 \ 23 \ 15 \ 16]$. Z dlouhodobého měření je zjištěn rozptyl délek kolon $\sigma^2=4.1$. Určete 95% jednostranný IS pro délku kolony.

Příklad 11. Ze souboru ocelových nosníků stejné nominální délky jsme provedli náhodný výběr s délkami $x = [6.2 \ 7.5 \ 6.9 \ 8.9 \ 6.4 \ 7.1]$. Výrobce zaručuje rozptyl výrobků na hodnotě 0,8. Na hladině významnosti 0,95 testujte tvrzení: Nominální délka nosníků je 6.5.

Příklad 12. Ze souboru ocelových nosníků stejné nominální délky jsme provedli náhodný výběr s délkami $x = [6.2 \ 7.5 \ 6.9 \ 8.9 \ 6.4 \ 7.1]$. Na hladině významnosti 0,95 testujte tvrzení: Nominální délka nosníků je 6.5.

Příklad 13. Ze souboru ocelových nosníků stejné nominální délky jsme provedli náhodný výběr 50 nosníků a vypočetli průměr 5.77 a směrodatnou odchylku .8. Na hladině významnosti 0.95 testujte tvrzení: Nominální délka nosníků je 6.

Příklad 14. Ze souboru ocelových nosníků stejné nominální délky jsme provedli náhodný výběr o rozsahu 50 a vypočetli průměr 6.8. Výrobce zaručuje hodnotu rozptylu nosníků 1.6. Na hladině významnosti 0.95 testujte tvrzení: Nominální délka nosníků není větší než 6.5.

Příklad 15. V skladu je 1200 výrobků od firmy A a 800 výrobků od firmy B. Z výrobků každé firmy bylo testováno 200 výrobků a byly zjištěny počty vadných 54 a 27. Na hladině 0.95 testujte hypotézu H_0 : Firma A nemá větší podíl vadných výrobků než B.

Příklad 16. Přesnost nastavení obráběcího stroje se zjistí z rozptylu průměrů vyráběných součástek. Stroj je nutné znovu nastavit, jestliže jeho rozptyl je větší než 380. Rozptyl určený z 15 náhodně vybraných součástek byl 680. Je třeba stroj znovu nastavit? Testujte na hladině 0.95.

Příklad 17. Přesnost nastavení obráběcího stroje se zjistí z rozptylu průměrů vyráběných součástek. Stroj je nutné znovu nastavit, jestliže jeho rozptyl je větší než 28. Provedli jsme výběr a zjistili hodnoty průměrů $x = [5 \ 12 \ 32 \ 11 \ 8 \ 3]$ - četnosti, $m_x = [95 \ 100 \ 105 \ 110 \ 115 \ 120]$ - průměry. Je třeba stroj znovu nastavit? Testujte na hladině 0.95.

Příklad 18. Při měření koeficientu tepelné vodivosti izolačního materiálu jsme naměřili hodnoty $x = [.62 \ .64 \ .57 \ .61 \ .59 \ .57 \ .62 \ .59]$. Výrobce materiálu zaručuje relativní stálost tepelné vodivosti materiálu s maximální směrodatnou odchylkou .018. Testujte tvrzení výrobce na hladině .95.

Příklad 19. Metodami A a B je ověřována pevnost látek. Stejný materiál byl podroben zkouškám nejdříve metodou A a potom B s výsledky $x_A = [20.1 \ 19.6 \ 20.0 \ 19.9 \ 20.1]$ a $x_B = [20.9 \ 20.1 \ 20.6 \ 20.5 \ 20.7 \ 20.5]$. Na hladině 0.95 ověřte shodnost obou metod, jestliže předpokládáme, že obě metody mají shodnou variabilitu.

Příklad 20. Na dvou soustruzích se vyrábějí stejné součástky. Od prvního soustruhu bylo náhodně odebráno 16 a od druhého 25 součástek a byly přeměřeny jejich rozměry a vypočteny průměry 37.5 a 36.8 a směrodatné odchylky 1.1 a 1.2. Na hladině významnosti 0.95 testujte hypotézu: Oba soustruhy produkují součástky se stejným průměrem.

Příklad 21. Testujeme sjetí pneumatik na levé a pravé straně u předních kol automobilů. U náhodně vybraných automobilů byly změřeny vždy oba údaje s výsledky $x_L = [1.8 \ 1.0 \ 2.2 \ 0.9 \ 1.5]$ a $x_P = [1.5 \ 1.1 \ 2.0 \ 1.1 \ 1.4]$. Testujte na hladině 0.95.

Příklad 22. Studenti psali test z angličtiny (první polovina testu) a francouzštiny (druhá polovina testu). Po napsání bylo vybráno několik testů a opraveno. Bodové hodnocení je $x_A = [81 \ 5 \ 69 \ 95 \ 71 \ 92]$ a $x_F = [65 \ 12 \ 82 \ 38 \ 70 \ 56]$. Testujte na hladině 0.95 tvrzení: Výsledky ve francouzštině jsou lepší.

Příklad 23. Dotazem u 60 studentů bylo zjištěno, že u testu jich neuspělo 38. Je toto zjištění v rozporu s tvrzením, že úspěšnost testu bude minimálně 50%? Testujte na hladině 0.95.

Příklad 24. Ve výběru výrobků o rozsahu 1000 bylo nalezeno 12 vadných. Je tato skutečnost v rozporu s tvrzením, že v produkci je podíl vadných výrobků nejvýše 0.05? Testujte na hladině 0.95.

Příklad 25. Na magistrále v úseku s doporučenou rychlostí 80 km/h jsme kontrolovali rychlost vozidel. Výběrem byly zjištěny rychlosti vozidel $x = [78\ 86\ 65\ 92\ 83\ 92\ 85\ 66\ 42\ 82\ 99\ 92\ 75\ 81\ 66\ 76\ 89\ 76\ 97\ 76\ 75\ 56\ 76\ 78\ 96\ 77\ 86\ 79\ 86\ 93]$. Na hladině významnosti 0.95 testujte hypotézu: Podíl řidičů, kteří překračují doporučenou rychlost o 3 km/h není větší než 20 procent.

Příklad 26. Na magistrále v úseku s doporučenou rychlostí 80 km/h jsme kontrolovali rychlost vozidel. Výběrem byly zjištěny rychlosti vozidel $x = [78\ 86\ 65\ 92\ 83\ 92\ 85\ 66\ 42\ 82\ 99\ 92\ 75\ 81\ 66\ 76\ 89\ 76\ 97\ 76\ 75\ 56\ 76\ 78\ 96\ 77\ 86\ 79\ 86\ 93]$. Na hladině významnosti 0.95 testujte hypotézu: Podíl řidičů, kteří od doporučené rychlosti odchylují o více než 3 km/h není větší než 60 procent.

Příklad 27. Na magistrále v úseku s doporučenou rychlostí 80 km/h jsme kontrolovali rychlost vozidel. Výběrem byly zjištěny rychlosti vozidel $x = [78\ 86\ 65\ 92\ 83\ 92\ 85\ 66\ 42\ 82\ 99\ 92\ 75\ 81\ 66\ 76\ 89\ 76\ 97\ 76\ 75\ 56\ 76\ 78\ 96\ 77\ 86\ 79\ 86\ 93]$. Na hladině významnosti 0.95 testujte hypotézu: Podíl řidičů, kteří překračují doporučenou rychlost o více než 3 km/h je právě 25 procent.

Příklad 28. Na magistrále v úseku s doporučenou rychlostí 80 km/h jsme kontrolovali rychlost vozidel směrem do Prahy a ven z Prahy. Výběrem jsme získali rychlosti $x_D = [72\ 73\ 65\ 36\ 72\ 73\ 66\ 73\ 73\ 72]$; (do Prahy) a $x_Z = [76\ 76\ 75\ 78\ 82\ 78\ 77\ 78\ 81\ 77\ 78\ 77]$ (z Prahy). Na hladině 0,99 testujte hypotézu: Do Prahy jezdí auta rychleji.

Příklad 29. Na magistrále v úseku s doporučenou rychlostí 80 km/h jsme kontrolovali rychlost vozidel směrem do Prahy a ven z Prahy. Výběrem jsme získali 255 rychlostí do Prahy a 138 rychlostí z Prahy vypočítali jejich průměry 81 (do) a 85 (z) a rozptyly 468 (do) a 371 (z). Na hladině významnosti 0,99 testujte hypotézu: Do Prahy jezdí auta rychleji.

Příklad 30. Na magistrále v úseku s doporučenou rychlostí 80 km/h jsme kontrolovali rychlost vozidel směrem do Prahy a ven z Prahy. Výběrem jsme získali 255 rychlostí do Prahy a 138 rychlostí z Prahy vypočítali jejich průměry 81 (do) a 85 (z) a rozptyly 468 (do) a 371 (z). Na hladině významnosti 0,99 testujte tvrzení, že do Prahy i z Prahy jezdí auta stejně rychle.

Příklad 31. Na magistrále v úseku s doporučenou rychlostí 80 km/h jsme kontrolovali rychlost vozidel směrem do Prahy a ven z Prahy. Výběrem jsme získali rychlosti do Prahy a z Prahy. Rychlosti jsme roztřídili a zaznamenali jako četnosti $n_D = [5\ 11\ 17\ 65\ 98\ 73\ 79\ 63\ 3]$ a $n_Z = [8\ 22\ 13\ 71\ 48\ 64\ 89\ 24\ 5]$ a hodnoty rychlostí $r_D = [65\ 70\ 75\ 80\ 85\ 90\ 95\ 100\ 110]$ a $r_Z = [65\ 70\ 75\ 80\ 85\ 90\ 95\ 100\ 110]$ (D je do Prahy a Z je z Prahy). Na hladině 0,99 testujte hypotézu: Z Prahy jezdí auta rychleji.

Příklad 32. Na magistrále v úseku s doporučenou rychlostí 80 km/h jsme kontrolovali rychlost vozidel směrem do Prahy a ven z Prahy. Výběrem jsme získali rychlosti do Prahy a z Prahy. Rychlosti jsme roztřídili a zaznamenali jako četnosti $n_D = [5\ 11\ 17\ 65\ 98\ 73\ 79\ 63\ 3]$ a $n_Z = [8\ 22\ 13\ 71\ 48\ 64\ 89\ 24\ 5]$ a hodnoty rychlostí $r_D = [65\ 70\ 75\ 80\ 85\ 90\ 95\ 100\ 110]$ a $r_Z = [65\ 70\ 75\ 80\ 85\ 90\ 95\ 100\ 110]$ (D je do Prahy a Z je z Prahy). Na hladině 0,99 testujte hypotézu: Z Prahy i do Prahy jezdí auta stejně rychle.

Příklad 33. Byla provedena namátková kontrola seřízení předních světel automobilů. U každého automobilu byla kontrolována obě světla s výsledky v centimetrech (+ nad a - pod optimální úrovní). Získané hodnoty jsou $x_P = [-3\ 5\ 16\ 9\ -8\ -2\ 23\ 5\ -6\ -3]$ (pravé) a $x_L = [-5\ -12\ 22\ -3\ -9\ 1\ -1\ 2\ -13\ -5]$ (levé reflektory). Na hladině 0,99 testujte tvrzení, že jednotlivé automobily mají oba reflektory seřizeny stejně.

Příklad 34. Byla provedena namátková kontrola seřízení předních světel automobilů. U každého automobilu byla kontrolována obě světla s výsledky v centimetrech (+ nad a - pod optimální úrovní). Získané hodnoty jsou $x_P = [-3\ 5\ 16\ 9\ -8\ -2\ 23\ 5\ -6\ -3]$ (pravé) a $x_L = [-5\ -12\ 22\ -3\ -9\ 1\ -1\ 2\ -13\ -5]$ (levé reflektory). Na hladině 0,99 testujte tvrzení, že levé reflektory jsou u automobilů méně sklopeny než pravé.

Příklad 35. Na křižovatce jsme po určitou dobu zaznamenávali počty automobilů jedoucích rovně ($x_R=62$) a odbočujících doleva ($x_L=39$) a doprava ($x_P=46$). Na hladině 0,99 testujte tvrzení, že podíl automobilů jedoucích rovně je stejný jako těch, kteří odbočují.

Příklad 36. Na křižovatce jsme po určitou dobu zaznamenávali počty automobilů jedoucích rovně ($x_R=62$) a odbočujících doleva ($x_L=39$) a doprava ($x_P=46$). Na hladině 0,99 testujte tvrzení, že podíly automobilů odbočujících doprava a doleva, vztažené ke všem vozidlům, která křižovatkou projela, jsou stejné.

Příklad 37. Na křižovatce jsme po určitou dobu zaznamenávali počty automobilů jedoucích rovně ($x_R = [62\ 78\ 72\ 83\ 59\ 67]$) a odbočujících doleva ($x_L = [39\ 42\ 44\ 38\ 45\ 34]$) a doprava ($x_P = [51\ 44\ 46\ 34\ 51\ 54]$). Na hladině 0,99 testujte tvrzení, že průměrné množství automobilů odbočujících doprava a doleva je stejné.

Příklad 38. Na křižovatce jsme po určitou dobu zaznamenávali počty automobilů jedoucích rovně ($x_R = [62\ 78\ 72\ 83\ 59\ 67]$) a odbočujících doleva ($x_L = [39\ 42\ 44\ 38\ 45\ 34]$) a doprava ($x_P = [51\ 44\ 46\ 34\ 51\ 54]$). Na hladině 0,95 testujte tvrzení, že průměrné množství automobilů odbočujících je větší než těch, kteří jedou rovně.

Příklad 39. Na křižovatce jsme po určitou dobu zaznamenávali počty automobilů jedoucích rovně ($x_R = [62\ 78\ 72\ 83\ 59\ 67]$) a odbočujících doleva ($x_L = [39\ 42\ 44\ 38\ 45\ 34]$) a doprava ($x_P = [51\ 44\ 46\ 34\ 51\ 54]$). Na hladině 0,95 testujte tvrzení, že v každém okamžiku je množství automobilů odbočujících menší než těch, kteří jedou rovně.

Příklad 40. Na křižovatce jsme po určitou dobu zaznamenávali počty automobilů jedoucích rovně ($x_R =$

[62 78 72 83 59 67]) a odbočujících doleva ($x_L = [39 42 44 38 45 34]$) a doprava ($x_P = [51 44 46 34 51 54]$). Na hladině 0,995 testujte tvrzení, že v každém okamžiku je množství automobilů odbočujících větší než těch, kteří jedou rovně.

Příklad 91. Na rameni křižovatky byla v nejvytíženější hodinu měřena délka kolony. Měření se provádělo každých 10 min a zjišťovala se maximální délka kolony v daném intervalu $x = [15 21 16 23 15 16]$. Z dlouhodobého měření je zjištěn rozptyl délek kolon $\sigma^2=4,1$. Na 95% hladině významnosti testujete tvrzení, že maximální délka kolony je 19 vozidel.

Příklad 92. Na rameni křižovatky byla v nejvytíženější hodinu měřena délka kolony. Měření se provádělo každých 10 min a zjišťovala se maximální délka kolony v daném intervalu $x = [15 21 19 23 18 16]$. Na 95% hladině významnosti testujete tvrzení, že maximální délka kolony je 19 vozidel.

Příklad 93. Na jedné jednosměrné křižovatce bylo provedeno měření poměru odbočení. V ranní hodině bylo provedeno měření, kdy počet aut odbočujících vlevo byl $L_r=125$ a vpravo $P_r=76$. V odpolední hodině byl tento poměr vlevo $L_o=98$ a vpravo $P_o=90$. Na hladině významnosti " α " testujte tvrzení, že poměr odbočení vpravo dopoledne i odpoledne je stejný.

Příklad 96. Na 95% hladině významnosti ověřte, zda ženy tvoří $5/7$ ze všech pedagogických pracovníků ve školství. Při průzkumu bylo zjištěno, že ze 70 pedagogů je 53 žen.