

- Evženie Uglyckich, web staff.utia.cas.cz/uglickich
 - Prezentace k přednáškám (doporučuji vytisknout)
 - Materiály ke cvičení - info na 1.hodině
 - Moodle
 - Konzultace - osobně, MS Teams, mail
- Zápočet: 2 testy. Min. 70% z každého testu. Info na 1.hodině
- Zkouška:
 - Pouze v letním zkouškovém období
 - Ústní forma
 - 5 otázek: 1 slovní úloha + 4 teoretické otázky
 - Student nezná odpověď na jednu otázku (včetně úlohy) – F
 - Neomluvená neúčast – F
 - Otázky jsou na webu

Statistické metody analýzy pozorovaných dat

V běžném životě

Bakalářské, diplomové práce

Příklad 1:

Zkoušky 11STAT Ioni – KOS

- seznam cca 230 známek
- nejčastěji udělená známka – statistika

Příklad 2:

Rychlosť vozidel na úseku silnice

- záznam, např. 1000 automobilů
- graf – statistika
- průměr např. 53 km/h – statistika

$$\frac{51+57+52}{3} = 53,3$$

$$\frac{20+55+85}{3} = 53,3$$

Další statistiky – povaha dat, vztahy veličin, shoda/rozdíl atd.

Popisná statistika – data (definice), pořadí dat

- Pozorujeme veličinu (např., rychlosť vozidel na úseku silnice)

Soubor, výběr

- Soubor** – množina všech hodnot – nejde naměřit úplně všechno
- Výběr** – podmnožina naměřených hodnot, s kterými pracujeme
přesná statistická definice – později

Data

- Data** – naměřené hodnoty jedné nebo více veličin (výběr)
 $x = [52 \ 58 \ 59 \ 53 \ 61 \ 53]$ – řádek

Pořadí – používá se jako data

- Data: $[\text{52} \ \text{58} \ \text{59} \ \text{53} \ \text{61} \ \text{53}]$
- Uspořádaná data: $[\text{52} \ \text{53} \ \text{53} \ \text{58} \ \text{59} \ \text{61}]$
- Pořadí: $[\text{1} \ \text{4} \ \text{6} \ \text{2} \ \text{3} \ \text{5}]$

sloupec

$$x = \begin{bmatrix} 52 \\ 58 \\ 59 \\ 53 \\ 61 \\ 53 \end{bmatrix}$$

Popisná statistika – průměr, rozptyl, směrodatná odchylka

- Data $\underline{x} = [52 \ 58 \ 59 \ 53 \ 61 \ 53]$

Průměr

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i = \frac{52 + 58 + \dots}{6} = 56$$

Rozptyl

v praxi $\frac{1}{N-1}$

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 = \frac{(52 - 56)^2 + (58 - 56)^2 + \dots}{6} = 12$$

Směrodatná odchylka $\sigma, 3\sigma$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{12} = 3.46$$

Modus – nejčastěji naměřená hodnota

$$\hat{x} = 53$$

$$y = [51 \ 52 \ 53 \ 53 \ 52 \ 51], \sigma? \quad y = [51 \ 51 \ 51 \ 51 \ 51 \ 51], \sigma?$$

Popisná statistika – medián, kvartily, kvantily, rozpětí

Medián – dělí data na 2 poloviny

uspořádaná data:

$$x = [\underline{52 \ 53} \ \underline{53} \ \underline{58 \ 59 \ 61}]$$

$$Q_2 = \frac{53+58}{2} = 55.5$$

$\tilde{x}_{0,5}$

Příklad 3: průměrná mzda v ČR

$$z = [100 \ 180 \ 17 \ 15 \ 20]$$

$$\bar{z} = 66.4$$

$$[\underline{15 \ 17} \ \underline{20} \ \underline{100 \ 180}]$$

$$Q_2 = 20$$

Rozpětí

$$R = \max - \min = 61 - 52 = 9$$

Charakteristiky polohy – průměr, modus, medián, kvartily, kvantily

Charakteristiky variability – rozpětí, směrodatná odchylka, R, MR

Dolní kvartil – dělí data na 25% a 75%

$$[\underline{52 \ 53} \ 53] \quad Q_1 = 53$$

Horní kvartil – dělí data na 75% a 25%

$$[\underline{58 \ 59} \ 61] \quad Q_3 = 59$$

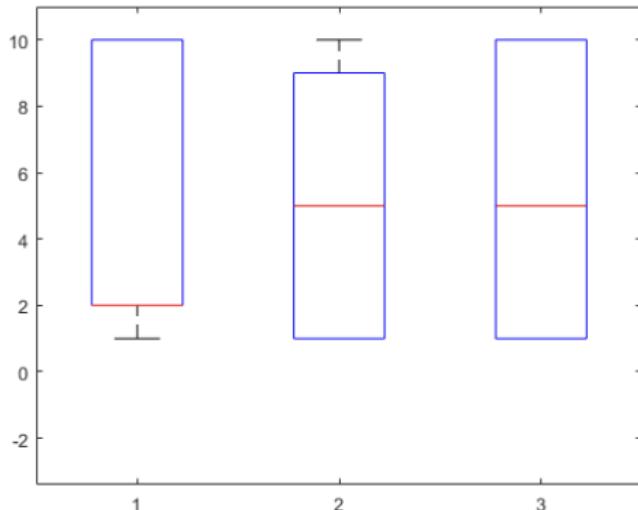
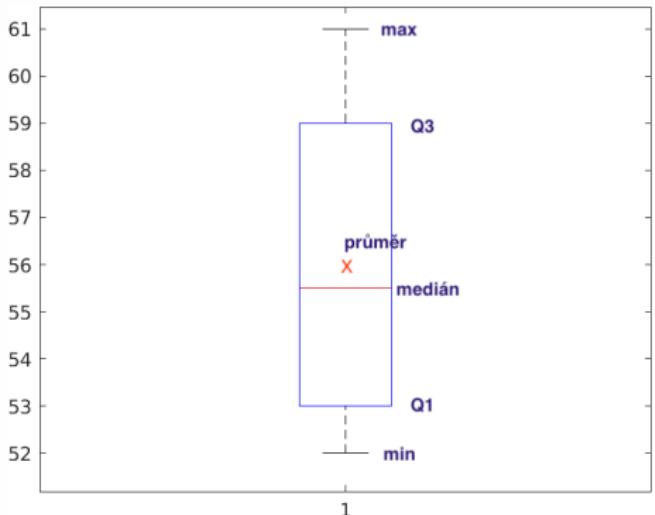
Kvantily – dělí na libovolné části

- 5% a 95%, 10% a 90%, atd.
- Q1 (25%), Q2 (50%), Q3(75%)
- kritická hodnota (např. 95% a 5%)

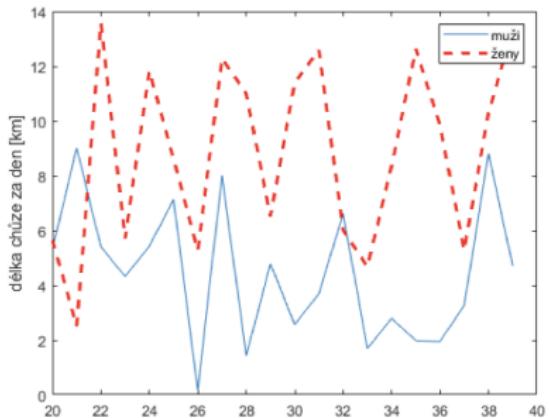
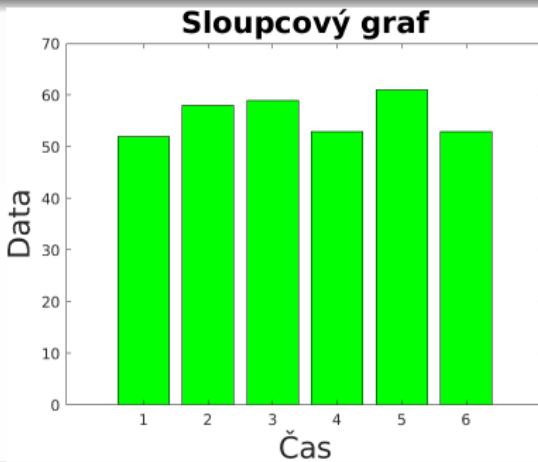
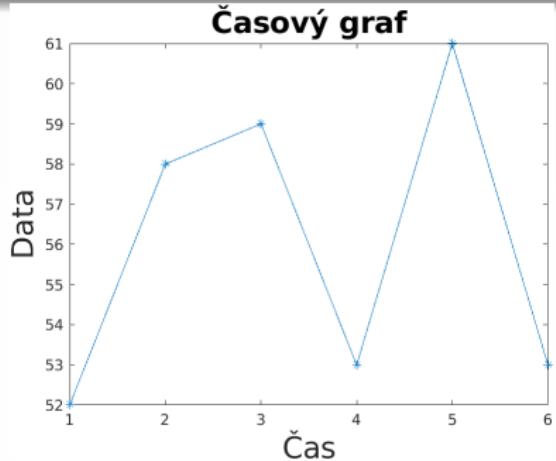
Mezikvartilové rozpětí

$$MR = Q_3 - Q_1 = 59 - 53 = 6$$

Krabicový diagram (boxplot)



Časový a sloupcový grafy



Tříděná data – opakující se hodnoty

Příklad 4: Rychlosti 1 – ve městě, 2 – mimo město, 3 – na dálnici

$$\underbrace{[50 - 70 \text{ km/h}]}_1 \quad \underbrace{[71 - 90 \text{ km/h}]}_2 \quad \underbrace{[91 - 130 \text{ km/h}]}_3$$

Data: $d = [1 \ 1 \ 2 \ 2 \ 2 \ 3 \ 3 \ 1 \ 1 \ 1 \ 2 \ 1 \ 2 \ 3 \ 2 \ 2 \ 1 \ 2 \ 2 \ 2 \dots]$

Četnosti a pravděpodobnosti

hodnoty	1	2	3
četnost	20	30	50
pravděpodobnost	$\frac{20}{20+30+50} = 0,2$	$\frac{30}{100} = 0,3$	0,5

Průměr

$$\bar{d} = \frac{1}{100} (20 \cdot 1 + 30 \cdot 2 + 50 \cdot 3) = 2,3$$

Vážený průměr $\bar{d} = 1 \cdot 0,2 + 2 \cdot 0,3 + 3 \cdot 0,5 = 2,3$

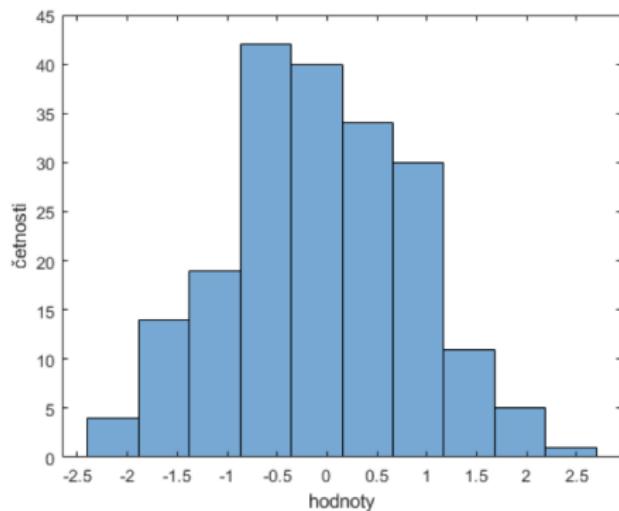
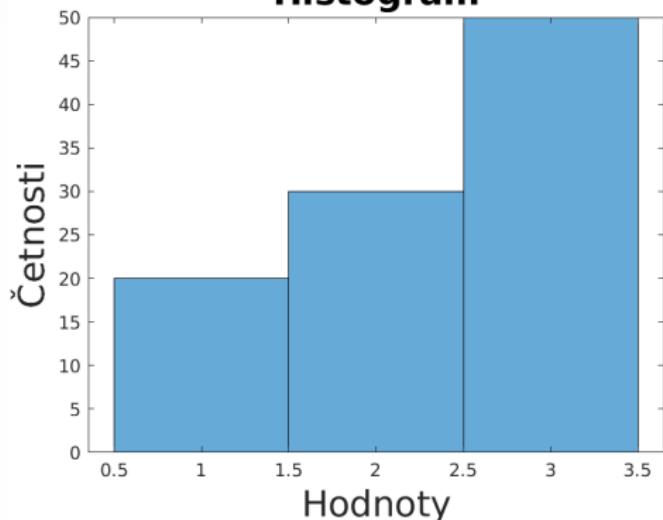
Rozptyl a vážený rozptyl

$$\sigma^2 = \frac{1}{100} \left(20(1 - 2,3)^2 + 30(2 - 2,3)^2 + 50(3 - 2,3)^2 \right) = 0,61$$

$$\sigma^2 = \left(0,2(1 - 2,3)^2 + 0,3(2 - 2,3)^2 + 0,5(3 - 2,3)^2 \right) = 0,61$$

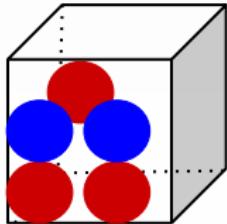
Histogram

Histogram



Definice pravděpodobnosti

Pravděpodobnost $P = \frac{\text{počet příznivých výsledků}}{\text{počet všech výsledků}}$



Funkce $P : \{\textcolor{red}{\bigcirc}, \textcolor{blue}{\bigcirc}\} \Rightarrow (0, 1)$

Základní vlastnosti pravděpodobnosti

- Nezáporná:

$$P \geq 0, \quad P(\textcolor{red}{\bigcirc}) = \frac{3}{5}, \quad P(\textcolor{blue}{\bigcirc}) = \frac{2}{5}, \quad P(\textcolor{green}{\bigcirc}) = 0$$

- Aditivní:

$$P(\textcolor{red}{\bigcirc}) + P(\textcolor{blue}{\bigcirc}) = \frac{3}{5} + \frac{2}{5}$$

- Normovaná:

$$P(\textcolor{red}{\bigcirc}) + P(\textcolor{blue}{\bigcirc}) = \frac{3}{5} + \frac{2}{5} = 1$$