Umělá inteligence pro optimalizaci pohybu rakety

Václav Kratochvíl a Jiří Vomlel
ÚTIA AV ČR

Týden vědy a techniky,
10. listopadu 2017

Goddardův problém

(Robert H. Goddard v roce 1919)

Goddardův problém

(Robert H. Goddard v roce 1919)

Cílem je nalézt optimální profil tahu motoru rakety která letí přímo vzhůru z povrchu Země, takový, že:

Goddardův problém

(Robert H. Goddard v roce 1919)

Cílem je nalézt optimální profil tahu motoru rakety která letí přímo vzhůru z povrchu Země, takový, že:

- raketa dosáhne zadanou výšku a bude zde mít zadanou rychlost a hmotnost,

Goddardův problém

(Robert H. Goddard v roce 1919)

Cílem je nalézt optimální profil tahu motoru rakety která letí přímo vzhůru z povrchu Země, takový, že:

- raketa dosáhne zadanou výšku a bude zde mít zadanou rychlost a hmotnost,
- je uvažován odpor vzduchu měnící se s dosaženou výškou,

Goddardův problém

(Robert H. Goddard v roce 1919)

Cílem je nalézt optimální profil tahu motoru rakety která letí přímo vzhůru z povrchu Země, takový, že:

- raketa dosáhne zadanou výšku a bude zde mít zadanou rychlost a hmotnost,
- je uvažován odpor vzduchu měnící se s dosaženou výškou,
- je uvažována gravitace také se měnící s dosaženou výškou,

Goddardův problém

(Robert H. Goddard v roce 1919)

Cílem je nalézt optimální profil tahu motoru rakety která letí přímo vzhůru z povrchu Země, takový, že:

- raketa dosáhne zadanou výšku a bude zde mít zadanou rychlost a hmotnost,
- je uvažován odpor vzduchu měnící se s dosaženou výškou,
- je uvažována gravitace také se měnící s dosaženou výškou,
- tah motoru je omezen zadanou maximální hodnotou a

Goddardův problém

(Robert H. Goddard v roce 1919)

Cílem je nalézt optimální profil tahu motoru rakety která letí přímo vzhůru z povrchu Země, takový, že:

- raketa dosáhne zadanou výšku a bude zde mít zadanou rychlost a hmotnost,
- je uvažován odpor vzduchu měnící se s dosaženou výškou,
- je uvažována gravitace také se měnící s dosaženou výškou,
- tah motoru je omezen zadanou maximální hodnotou a
- je minimalizovaná spotřeba paliva.

Fyzikální model

m ... hmotnost rakety

Fyzikální model

m … hmotnost rakety
v … rychlost rakety

Fyzikální model

m … hmotnost rakety
v … rychlost rakety
u … tah raketového motoru

Fyzikální model

m ... hmotnost rakety

v ... rychlost rakety

u ... tah raketového motoru

h ... vzdálenost od středu Země

Fyzikální model

m … hmotnost rakety

v … rychlost rakety

u … tah raketového motoru

h … vzdálenost od středu Země

R … poloměr Země

Fyzikální model

m … hmotnost rakety
v … rychlost rakety
u … tah raketového motoru

h … vzdálenost od středu Země
R … poloměr Země

$$m \cdot a = u - D(v, h) - F_G(h)$$

rovnováha sil

Fyzikální model

m … hmotnost rakety
v … rychlost rakety
u … tah raketového motoru

h … vzdálenost od středu Země
R … poloměr Země

$$a = \frac{u}{m} - \frac{D(v,h)}{m} - g(h)$$

rovnováha zrychlení

Fyzikální model

m ... hmotnost rakety
v ... rychlost rakety
u ... tah raketového motoru

h ... vzdálenost od středu Země
R ... poloměr Země

$$\frac{dv}{dt} = \frac{u}{m} - \frac{r(v,h)}{m} - g(h)$$

rovnováha zrychlení

Fyzikální model

m ... hmotnost rakety
v ... rychlost rakety
u ... tah raketového motoru

h ... vzdálenost od středu Země
R ... poloměr Země

$$v \cdot \frac{dv}{dh} = \frac{u}{m} - \frac{r(v,h)}{m} - g(h)$$

rovnováha zrychlení

Fyzikální model

m ... hmotnost rakety
v ... rychlost rakety
u ... tah raketového motoru

h ... vzdálenost od středu Země
R ... poloměr Země

$$v \cdot \frac{dv}{dh} = \frac{u}{m} - \frac{r(v,h)}{m} - g(h)$$

rovnováha zrychlení

$$\frac{dm}{dh} = -\frac{u}{c_u \cdot v}$$

hoření paliva

Fyzikální model

m ... hmotnost rakety
v ... rychlost rakety
u ... tah raketového motoru

h ... vzdálenost od středu Země
R ... poloměr Země

$$v \cdot \frac{dv}{dh} = \frac{u}{m} - \frac{r(v,h)}{m} - g(h)$$

rovnováha zrychlení

$$\frac{dm}{dh} = -\frac{u}{c_u \cdot v}$$

hoření paliva

$$D(v,h) = \frac{1}{2} \cdot s \cdot c_d \cdot \rho(h) \cdot v^2$$

odpor vzduchu

Fyzikální model

m ... hmotnost rakety
v ... rychlost rakety
u ... tah raketového motoru

h ... vzdálenost od středu Země
R ... poloměr Země

$$v \cdot \frac{dv}{dh} = \frac{u}{m} - \frac{r(v,h)}{m} - g(h)$$ rovnováha zrychlení

$$\frac{dm}{dh} = -\frac{u}{c_u \cdot v}$$ hoření paliva

$$D(v,h) = \frac{1}{2} \cdot s \cdot c_d \cdot \rho(h) \cdot v^2$$ odpor vzduchu

$$\rho(h) = \rho_0 \cdot \exp\left(\beta \cdot \left(1 - \frac{h}{R}\right)\right)$$ hustota vzduchu

Fyzikální model

m ... hmotnost rakety
v ... rychlost rakety
u ... tah raketového motoru

h ... vzdálenost od středu Země
R ... poloměr Země

$$v \cdot \frac{dv}{dh} = \frac{u}{m} - \frac{r(v,h)}{m} - g(h)$$ rovnováha zrychlení

$$\frac{dm}{dh} = -\frac{u}{c_u \cdot v}$$ hoření paliva

$$D(v,h) = \frac{1}{2} \cdot s \cdot c_d \cdot \rho(h) \cdot v^2$$ odpor vzduchu

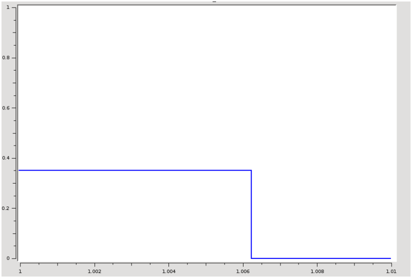
$$\rho(h) = \rho_0 \cdot \exp\left(\beta \cdot \left(1 - \frac{h}{R}\right)\right)$$ hustota vzduchu

$$g(h) = g_0 \cdot \frac{R^2}{h^2}$$ gravitační zrychlení

Jaká je optimální strategie pro řízení tahu motoru?

Příklady řídících strategií:

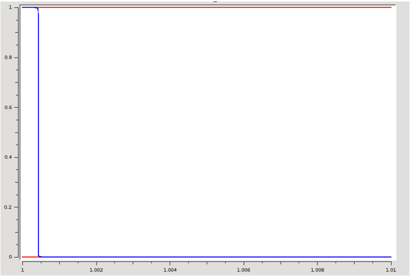
1. konstantní: konstatní tah motoru po celou první fázi letu a potom „plachtění“



Jaká je optimální strategie pro řízení tahu motoru?

Příklady řídících strategií:

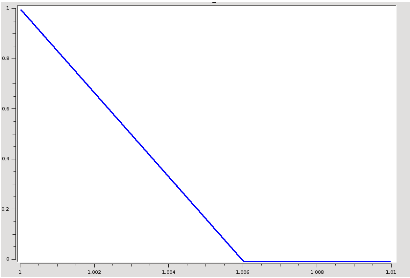
1. konstantní: konstatní tah motoru po celou první fázi letu a potom „plachtění“
2. bang-bang: nejprve plný tah motoru a potom „plachtění“



Jaká je optimální strategie pro řízení tahu motoru?

Příklady řídících strategií:

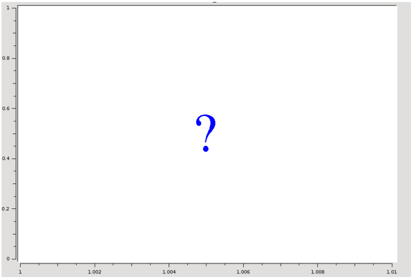
1. konstantní: konstatní tah motoru po celou první fázi letu a potom „plachtění“
2. bang-bang: nejprve plný tah motoru a potom „plachtění“
3. klesající: postupně se snižující tah motoru a potom „plachtění“



Jaká je optimální strategie pro řízení tahu motoru?

Příklady řídících strategií:

1. konstantní: konstatní tah motoru po celou první fázi letu a potom „plachtění“
2. bang-bang: nejprve plný tah motoru a potom „plachtění“
3. klesající: postupně se snižující tah motoru a potom „plachtění“
4. jiná strategie ...



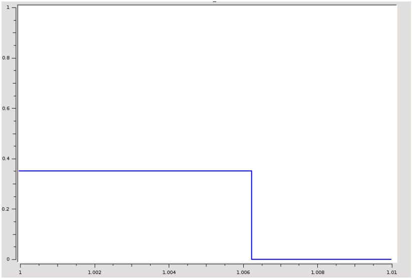
Experiment: Která raketa doletí nejvýš?

Porovnání raket s konstantním tahem motoru (% z maxima) až do spotřebování paliva. Raketa následně „plachtí“.

Video z počítačové hry Kerbal Space Program (youtuber pebblegarden)

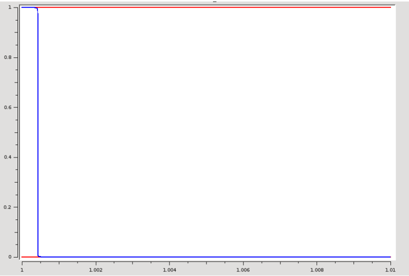
Jaká je optimální strategie pro řízení tahu motoru?

1. konstantní: je lepší nižší tah (video), ale při počátečním pomalejším letu raketa spotřebuje více paliva na překonávání gravitace



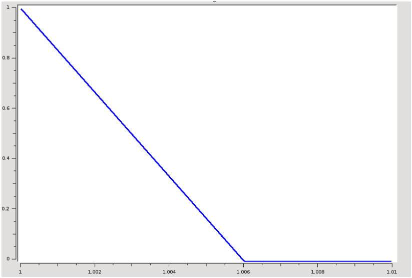
Jaká je optimální strategie pro řízení tahu motoru?

1. konstantní: je lepší nižší tah (video), ale při počátečním pomalejším letu raketa spotřebuje více paliva na překonávání gravitace
2. bang-bang: optimální pro start z Měsíce



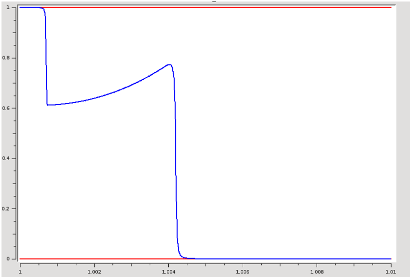
Jaká je optimální strategie pro řízení tahu motoru?

1. konstantní: je lepší nižší tah (video), ale při počátečním pomalejším letu raketa spotřebuje více paliva na překonávání gravitace
2. bang-bang: optimální pro start z Měsíce
3. klesající: při počátečním pomalejším letu raketa spotřebuje více paliva na překonávání gravitace



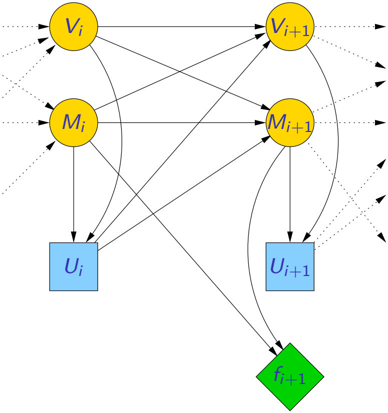
Jaká je optimální strategie pro řízení tahu motoru?

1. konstantní: je lepší nižší tah (video), ale při počátečním pomalejším letu raketa spotřebuje více paliva na překonávání gravitace
2. bang-bang: optimální pro start z Měsíce
3. klesající: při počátečním pomalejším letu raketa spotřebuje více paliva na překonávání gravitace
4. optimální strategie:
   (a) nejprve plný tah,
   (b) potom proměnný tah a
   (c) nakonec „plachtění“

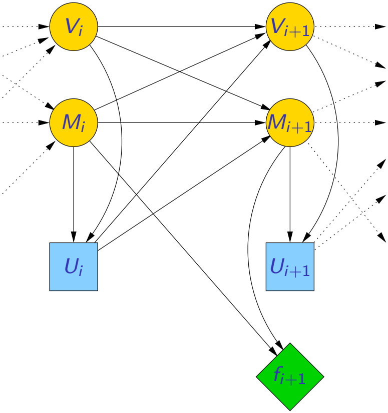


(Miele, 1963), (Garfinkel, 1963)

Řešení Goddardova problému influenčním diagramem

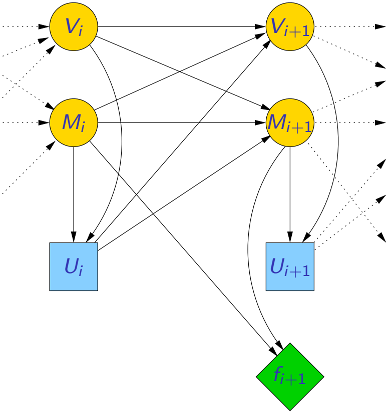


Řešení Goddardova problému influenčním diagramem



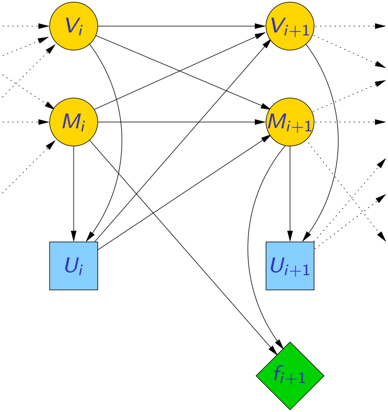
- Diskretizace dráhy na krátké úseky $i = 1, \dots, N$, $N = 200$ délky Δh.

Řešení Goddardova problému influenčním diagramem



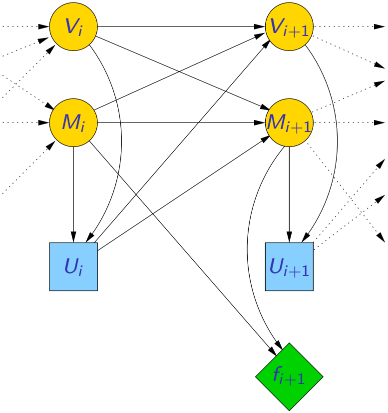
- Diskretizace dráhy na krátké úseky $i = 1, \ldots, N$, $N = 200$ délky Δh.
- Stavové proměnné:
  M_i – hmotnost rakety (náklad + palivo),
  V_i – rychlost rakety.

Řešení Goddardova problému influenčním diagramem



- Diskretizace dráhy na krátké úseky $i = 1, \ldots, N$, $N = 200$ délky Δh.
- Stavové proměnné:
  M_i – hmotnost rakety (náklad + palivo),
  V_i – rychlost rakety.
- Rozhodovací proměnné:
  U_i – tah motoru.

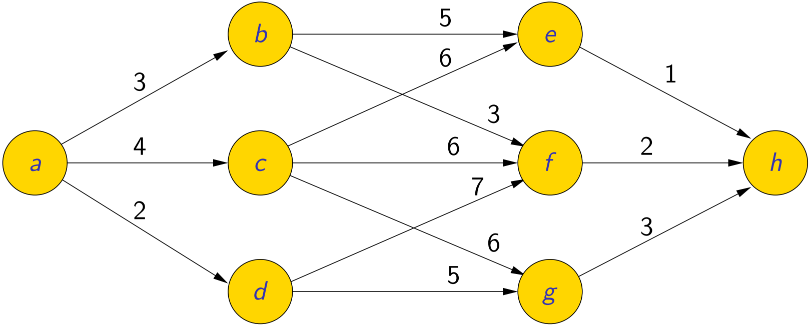
Řešení Goddardova problému influenčním diagramem



- Diskretizace dráhy na krátké úseky $i = 1, \ldots, N$, $N = 200$ délky Δh.
- Stavové proměnné:
  M_i – hmotnost rakety (náklad + palivo),
  V_i – rychlost rakety.
- Rozhodovací proměnné:
  U_i – tah motoru.
- Užitkové uzly:
  $f_{i+1} = M_i - M_{i+1}$ – hmotnost spotřebovaného paliva.

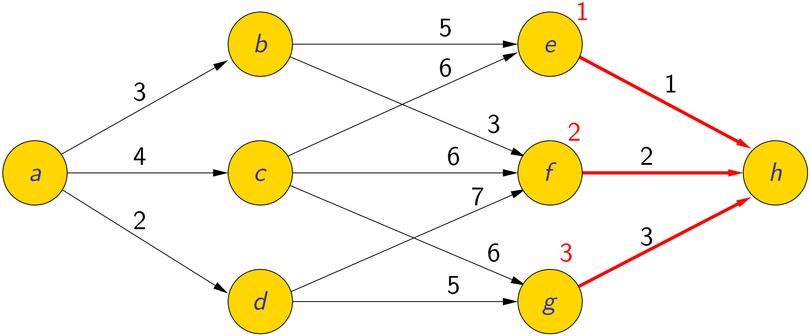
Řešení influenčního diagramu

Dynamické programování založené na Belmanově principu optimality:



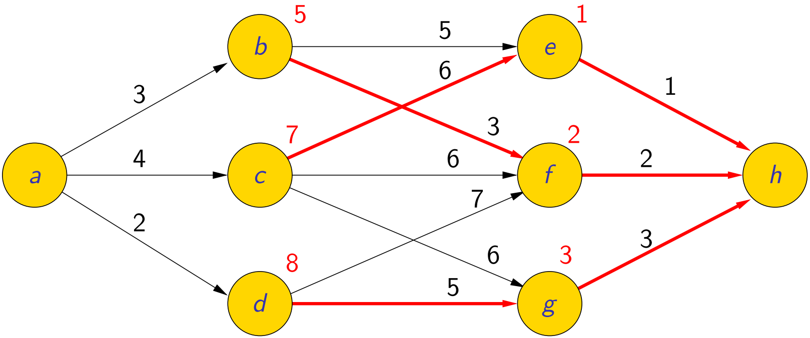
Řešení influenčního diagramu

Dynamické programování založené na Belmanově principu optimality:



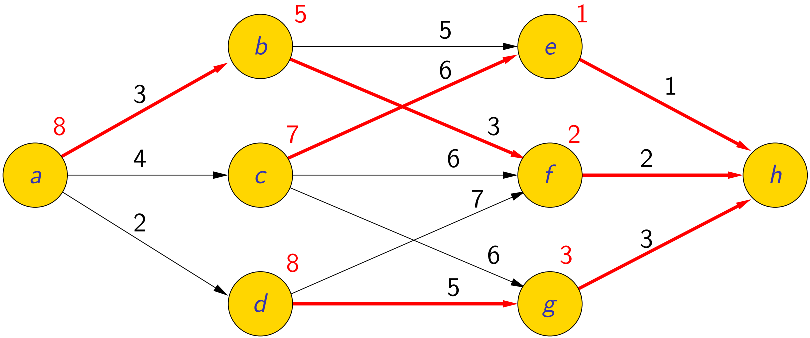
Řešení influenčního diagramu

Dynamické programování založené na Belmanově principu optimality:



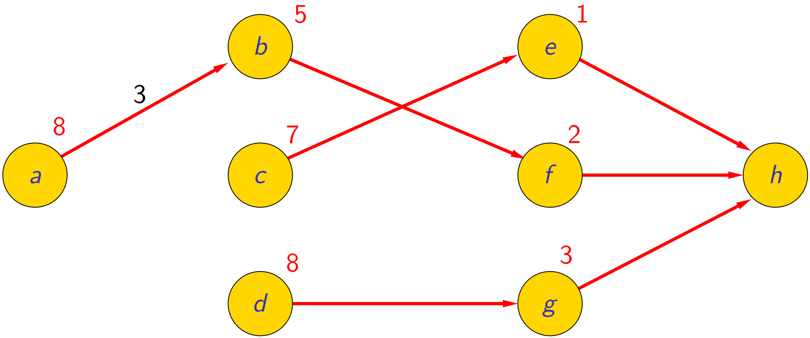
Řešení influenčního diagramu

Dynamické programování založené na Belmanově principu optimality:

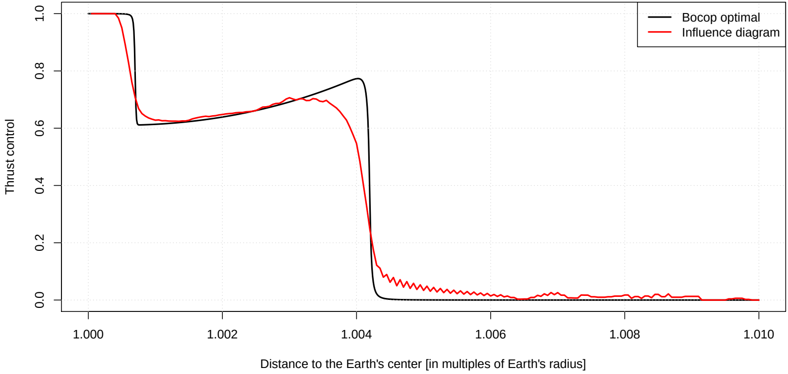


Řešení influenčního diagramu

Dynamické programování založené na Belmanově principu optimality:



Porovnání optimálního řešení s řešením influenčního diagramu



Pozn. U ID bylo použito vyhlazování pomocí klouzavého průměru.

Závěr

Nevýhody:

- pouze přibližné řešení
- oscilace na okraji přípustného oboru

Závěr

Nevýhody:

- pouze přibližné řešení
- oscilace na okraji přípustného oboru

Výhody:

- univerzálnost
- nevyžaduje analytické řešení
- okamžitá dostupnost řešení při odchylce od optima (flexibilita)

Závěr

Nevýhody:

- pouze přibližné řešení
- oscilace na okraji přípustného oboru

Výhody:

- univerzálnost
- nevyžaduje analytické řešení
- okamžitá dostupnost řešení při odchylce od optima (flexibilita)

Použití:

- počítačové simulace
- počítačové hry s umělou inteligencí
- přibližná optimalizace, kde rychlost rozhodování a flexibilita jsou důležitější než přesné optimum

Tak a jdeme na to. Tři, dva, jedna, start ...

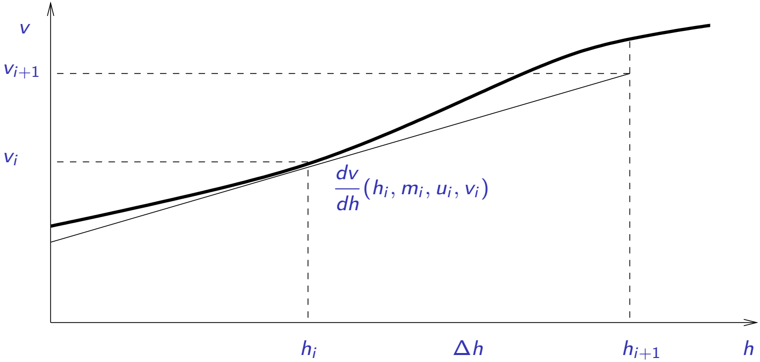
Influenční diagram - pravděpodobnostní tabulky

Eulerova aproximace soustavy diferenciálních rovnic:

Influenční diagram - pravděpodobnostní tabulky

Eulerova aproximace soustavy diferenciálních rovnic:

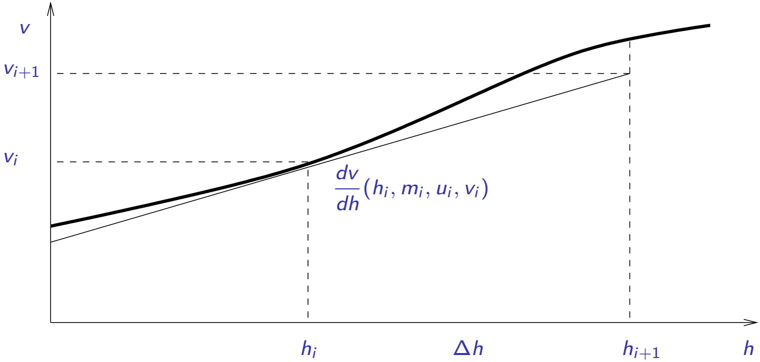
$$v_{i+1} = v_i + \Delta h \cdot \frac{dv}{dh}(h_i, m_i, u_i, v_i)$$



Influenční diagram - pravděpodobnostní tabulky

Eulerova aproximace soustavy diferenciálních rovnic:

$$v_{i+1} \quad = \quad v_i + \Delta h \cdot \frac{dv}{dh}(h_i, m_i, u_i, v_i)$$



Podobně pro m_{i+1}.

Influenční diagram - pravděpodobnostní tabulky

$$P(V_{i+1} = v | v_i, u_i) \quad = \quad \begin{cases} 1 & \text{if } v = v_{i+1} \\ 0 & \text{jinak.} \end{cases}$$

Influenční diagram - pravděpodobnostní tabulky

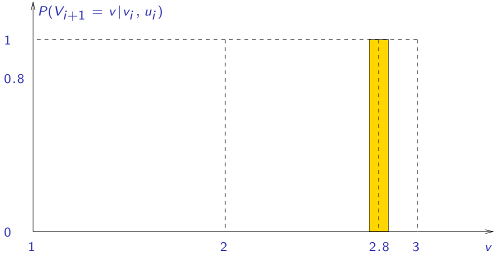
$$P(V_{i+1} = v | v_i, u_i) = \begin{cases} 1 & \text{if } v = v_{i+1} \\ 0 & \text{jinak.} \end{cases}$$

Pro v_{i+1} mimo diskrétní mřížku aproximace pravděpodobnosti:

Influenční diagram - pravděpodobnostní tabulky

$$P(V_{i+1} = v | v_i, u_i) \;\;=\;\; \begin{cases} 1 & \text{if } v = v_{i+1} \\ 0 & \text{jinak.} \end{cases}$$

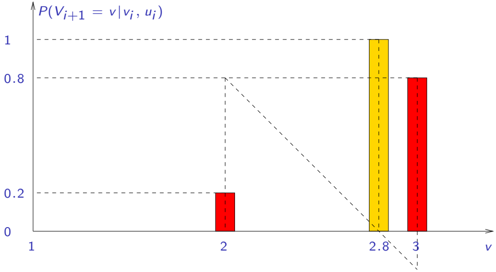
Pro v_{i+1} mimo diskrétní mřížku aproximace pravděpodobnosti:



Influenční diagram - pravděpodobnostní tabulky

$$P(V_{i+1} = v | v_i, u_i) = \begin{cases} 1 & \text{if } v = v_{i+1} \\ 0 & \text{jinak.} \end{cases}$$

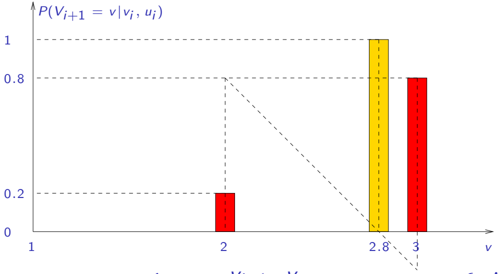
Pro v_{i+1} mimo diskrétní mřížku aproximace pravděpodobnosti:



Influenční diagram - pravděpodobnostní tabulky

$$P(V_{i+1} = v | v_i, u_i) = \begin{cases} 1 & \text{if } v = v_{i+1} \\ 0 & \text{jinak.} \end{cases}$$

Pro v_{i+1} mimo diskrétní mřížku aproximace pravděpodobnosti:

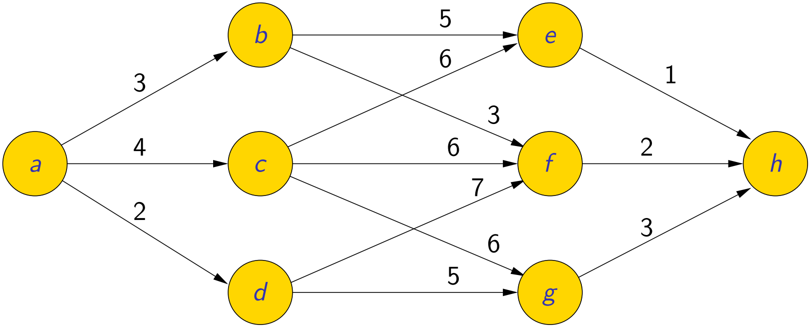


$$P(V_{i+1} = v | v_i, u_i) = \begin{cases} 1 - \frac{v_{i+1} - v}{d_A} & \text{if } v = \max\{v', v' \leq v_{i+1}\} \\ 1 - \frac{v - v_{i+1}}{d_A} & \text{if } v = \min\{v', v' > v_{i+1}\} \\ 0 & \text{jinak,} \end{cases}$$

kde d_A je diskretizační krok V.

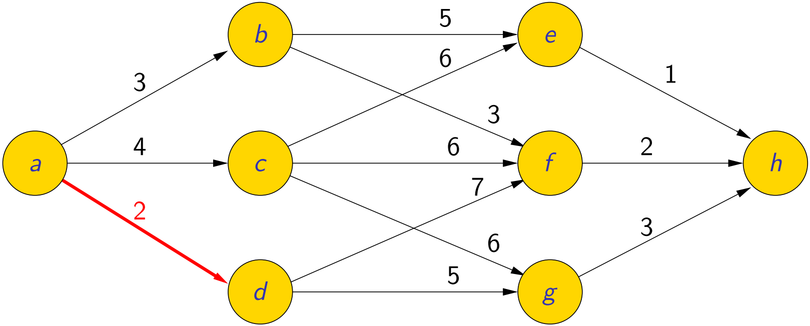
Řešení influenčního diagramu

Hladový přístup by optimalitu nezaručil:



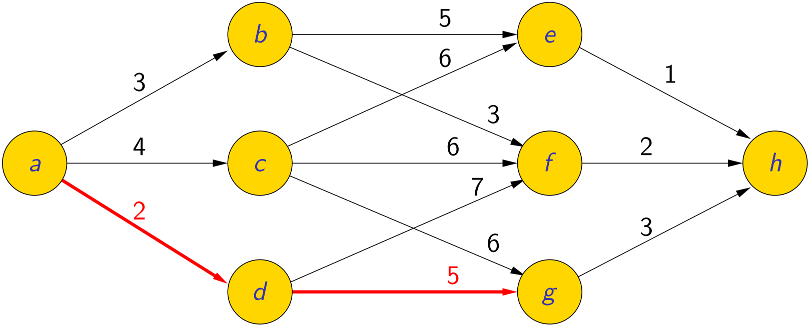
Řešení influenčního diagramu

Hladový přístup by optimalitu nezaručil:



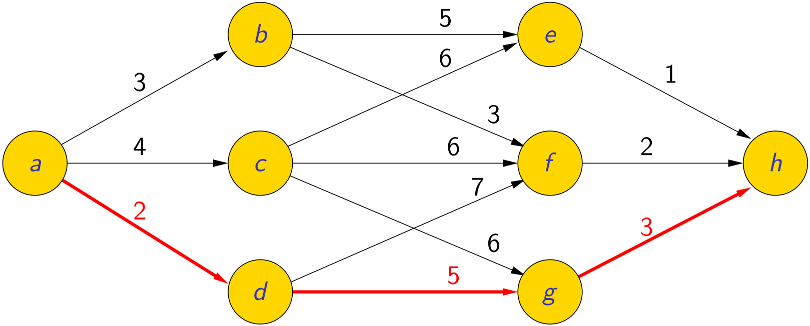
Řešení influenčního diagramu

Hladový přístup by optimalitu nezaručil:



Řešení influenčního diagramu

Hladový přístup by optimalitu nezaručil:



Řešení influenčního diagramu

Hladový přístup by optimalitu nezaručil: