

Příklady aplikací bayesovských sítí

Jiří Vomlel

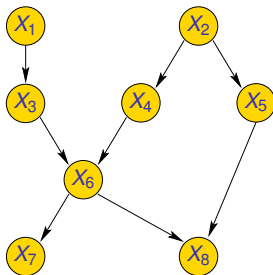
ÚTIA, Akademie věd ČR

<http://www.utia.cas.cz/vomlel>

6. prosince 2011

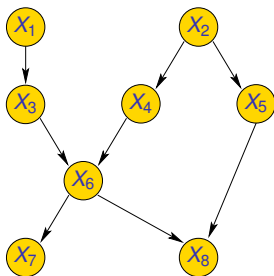
Jednoduchý příklad z medicíny

- X_1 “Pobyt v Asii”
- X_2 “Kuřák”
- X_3 “Tuberkulóza”
- X_4 “Rakovina plic”
- X_5 “Zánět průdušek”
- X_6 “Tuberkulóza nebo rakovina”
- X_7 “Positivní rentgenový nález”
- X_8 “Dušnost”



Jednoduchý příklad z medicíny

- X_1 “Pobyt v Asii”
- X_2 “Kuřák”
- X_3 “Tuberkulóza”
- X_4 “Rakovina plic”
- X_5 “Zánět průdušek”
- X_6 “Tuberkulóza nebo rakovina”
- X_7 “Positivní rentgenový nálezn”
- X_8 “Dušnost”

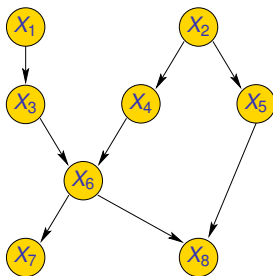


Sdružená pravděpodobnostní distribuce definovaná bayesovskou sítí:

$$P(X_1, X_2, \dots, X_8) = \prod_{i=1}^8 P(X_i | \{X_j\}_{j \in Pa(i)})$$

Jednoduchý příklad z medicíny

- X_1 “Pobyt v Asii”
- X_2 “Kuřák”
- X_3 “Tuberkulóza”
- X_4 “Rakovina plic”
- X_5 “Zánět průdušek”
- X_6 “Tuberkulóza nebo rakovina”
- X_7 “Positivní rentgenový nález”
- X_8 “Dušnost”



Sdružená pravděpodobnostní distribuce definovaná bayesovskou sítí:

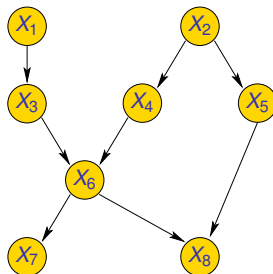
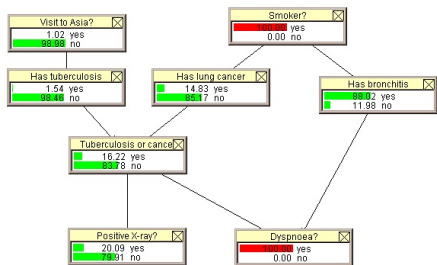
$$\begin{aligned} P(X_1, X_2, \dots, X_8) &= \prod_{i=1}^8 P(X_i | \{X_j\}_{j \in Pa(i)}) \\ &= P(X_8 | X_6, X_5) \cdot P(X_7 | X_6) \cdot P(X_6 | X_3, X_4) \\ &\quad \cdot P(X_5 | X_2) \cdot P(X_4 | X_2) \cdot P(X_3 | X_1) \cdot P(X_2) \cdot P(X_1) \end{aligned}$$

Podmíněná pravděpodobnost

“Jaká je pravděpodobnost, že pacient **má tuberkulózu** když víme, že je **kuřák** a trpí **dušností**?”

Podmíněná pravděpodobnost

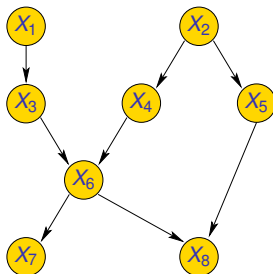
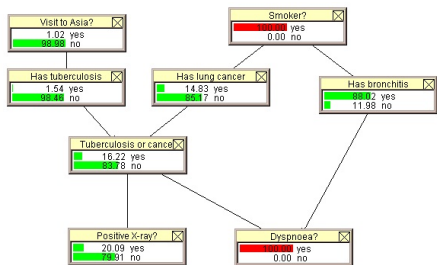
“Jaká je pravděpodobnost, že pacient **má tuberkulózu** když víme, že je **kuřák** a trpí **dušností**?”



$$P(X_3, |X_2 = 1, X_8 = 1) = \frac{P(X_2 = 1, X_3, X_8 = 1)}{P(X_2 = 1, X_8 = 1)}$$

Podmíněná pravděpodobnost

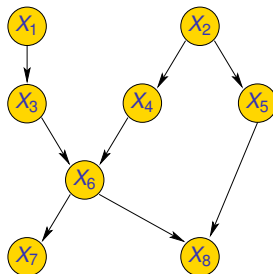
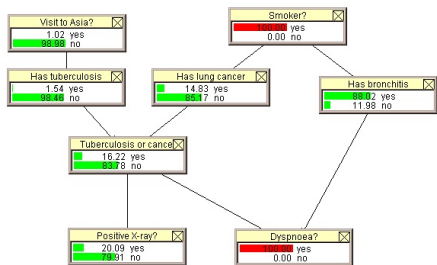
“Jaká je pravděpodobnost, že pacient **má tuberkulózu** když víme, že je **kuřák** a trpí **dušností**?”



$$P(X_3, |X_2 = 1, X_8 = 1) = \frac{P(X_2 = 1, X_3, X_8 = 1)}{\sum_{X_3} P(X_2 = 1, X_3, X_8 = 1)}$$

Podmíněná pravděpodobnost

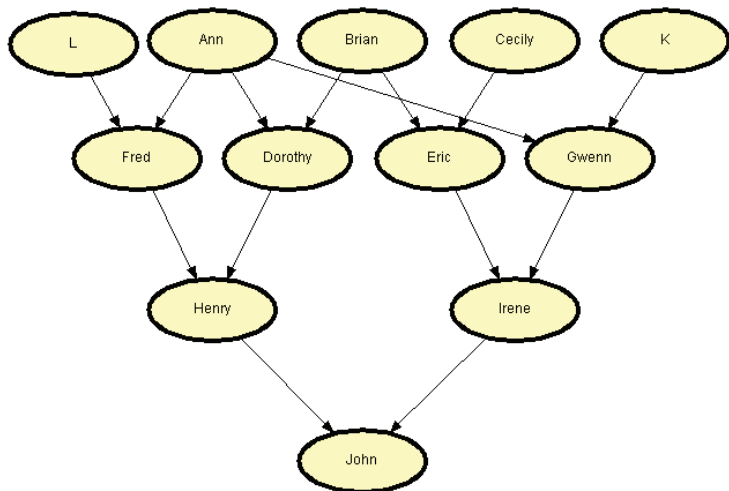
“Jaká je pravděpodobnost, že pacient má tuberkulózu když víme, že je kuřák a trpí dušností?”



$$P(X_3, |X_2 = 1, X_8 = 1) = \frac{P(X_2 = 1, X_3, X_8 = 1)}{\sum_{X_3} P(X_2 = 1, X_3, X_8 = 1)}$$

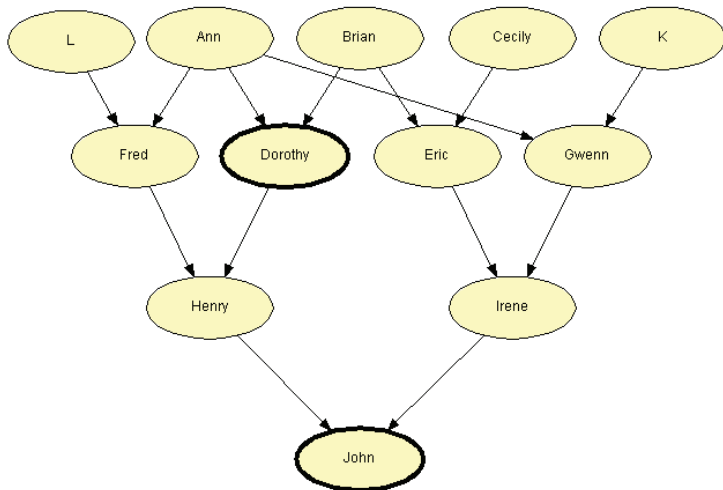
$$P(X_2 = 1, X_3, X_8 = 1) = \sum_{X_1, X_4, X_5, X_6, X_7} P(X_1, X_2 = 1, X_3, \dots, X_7, X_8 = 1)$$

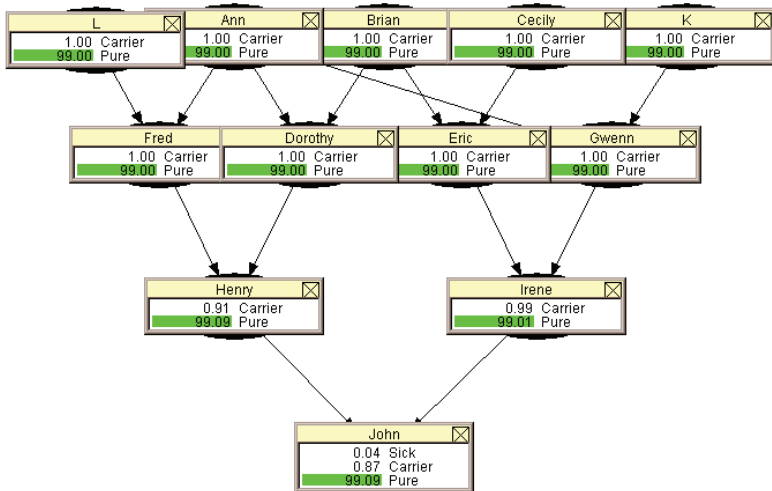
Aplikace 1: modelování dědičných nemocí

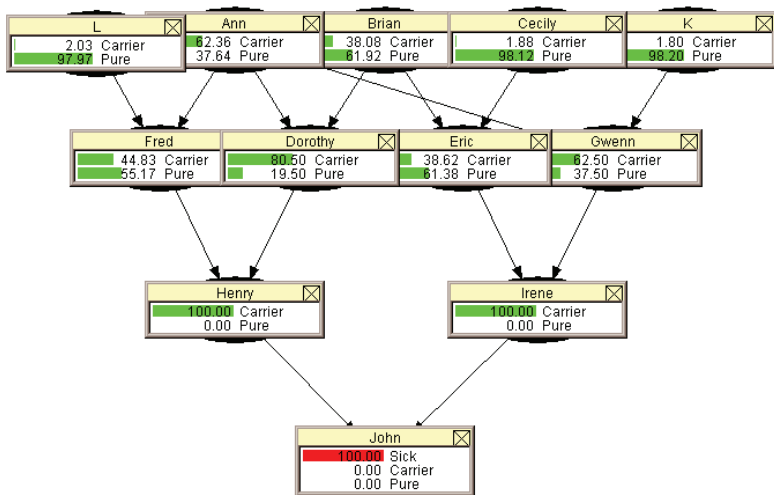


Dorothy				
Ann	Carrier		Pure	
Brian	Carrier	Pure	Carrier	Pure
Carrier	0.6666...	0.5	0.5	0
Pure	0.3333...	0.5	0.5	1

John				
Henry	Carrier		Pure	
Irene	Carrier	Pure	Carrier	Pure
Sick	0.25	0	0	0
Carrier	0.5	0.5	0.5	0
Pure	0.25	0.5	0.5	1

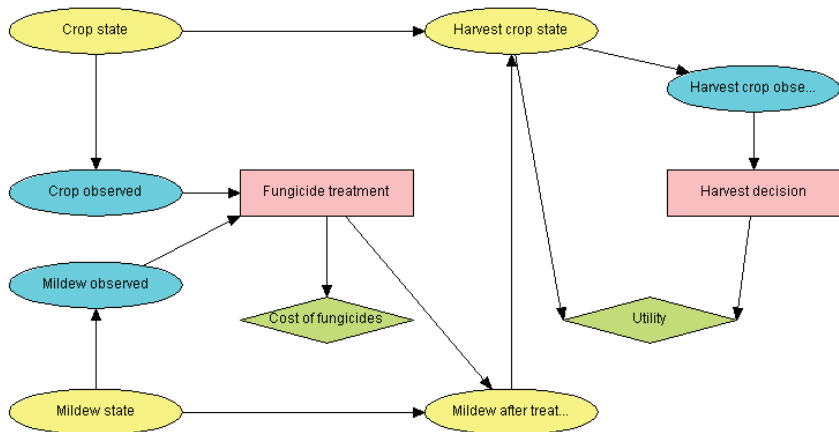


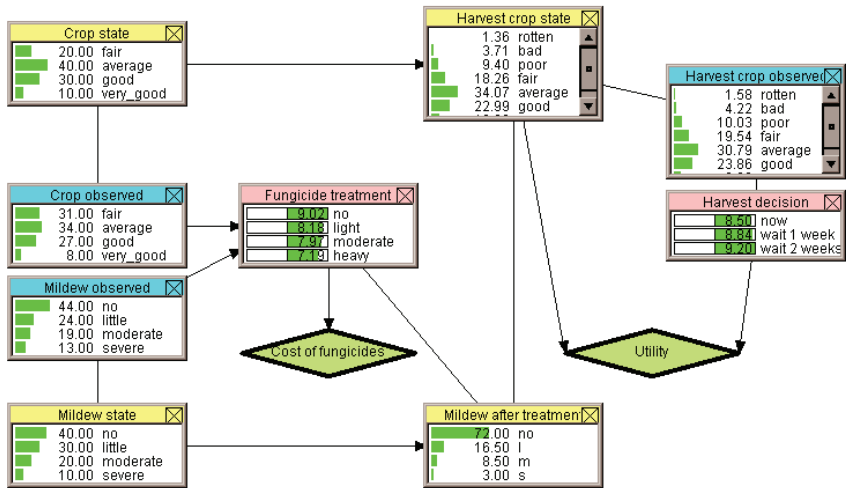


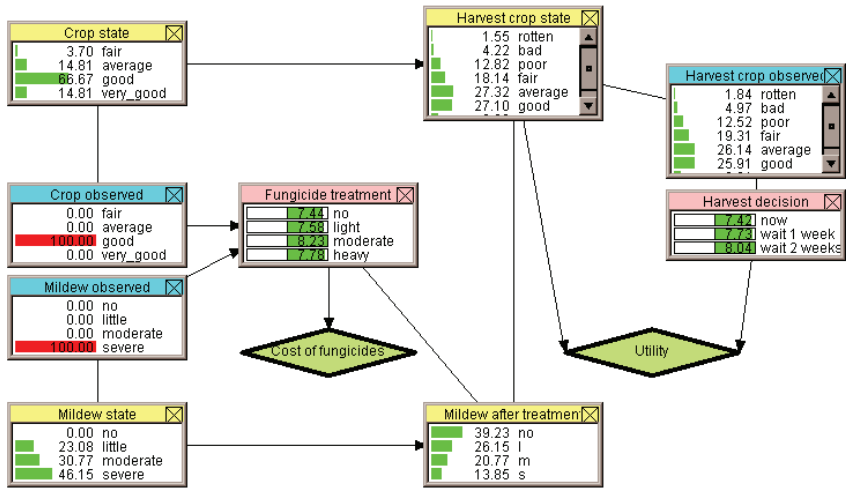


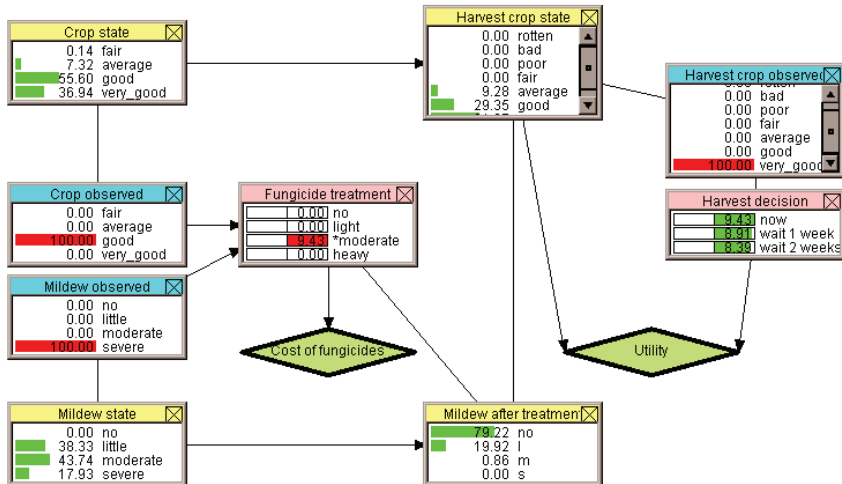
Aplikace 2: podpora rozhodování

Cíl: maximalizace očekávaného užitku









Aplikace 3: Technická diagnostika - popis problému

- Příčiny problému (závady) $C \in \mathcal{C}$.
- Akce $A \in \mathcal{A}$ - opravné kroky, které mohou odstranit závadu.
- Otázky $Q \in \mathcal{Q}$ - kroky, které mohou pomoci identifikovat, kde je závada.
- Ke každé akci i otázce je přiřazena cena (c_A značí cenu akce A , c_Q cenu otázky Q). Cena může znamenat:
 - dobu potřebnou k provedení akce či otázky,
 - cenu za náhradní díl, který použijeme
 - rizikovost akce
 - nějaká kombinace výše uvedených.

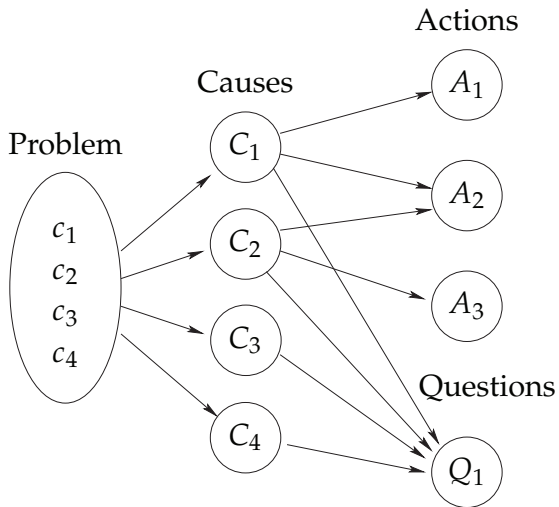
Příklad technické diagnostiky tiskárny

Trouble: světlý tisk.

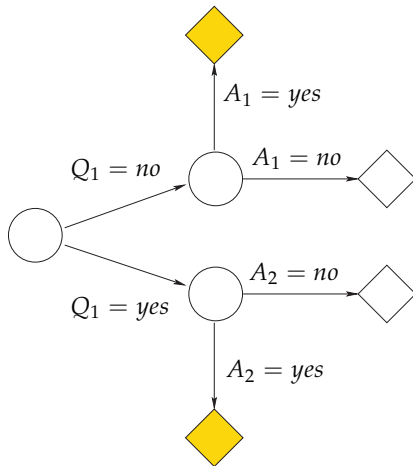
Troubeshooter: doporučí kroky, které pomohou odstranit “trouble”

Akce a otázky	cena
A_1 : Remove, shake and reseal toner	5
A_2 : Try another toner	15
A_3 : Cycle power	1
Q_1 : Is the printer configuration page printed light?	2
Možné závady při světlém tisku	$P(C_i)$
C_1 : Toner low	0.4
C_2 : Defective toner	0.3
C_3 : Corrupted dataflow	0.2
C_4 : Wrong driver setting	0.1

Light Print Problem - Bayesian Network



Světlý tisk - strategie odstranění závady



Application 4: Adaptivní testování znalostí

Příklady úloh:

$$T_1: \left(\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6}\right) - \frac{1}{8} = \frac{15}{24} - \frac{1}{8} = \frac{5}{8} - \frac{1}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

$$T_2: \frac{1}{6} + \frac{1}{12} = \frac{2}{12} + \frac{1}{12} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

$$T_3: \frac{1}{4} \cdot 1\frac{1}{2} = \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{8}$$

$$T_4: \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{3}\right) = \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6} \cdot$$

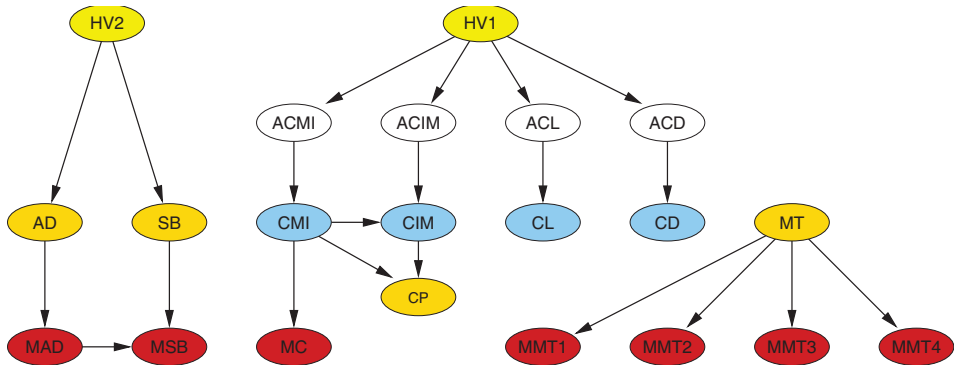
Základní a operační dovednosti

CP	Porovnávání (spol. čítelel nebo jmenovatel)	$\frac{1}{2} > \frac{1}{3}, \frac{2}{3} > \frac{1}{3}$
AD	Sčítání (spol. jmenovatel)	$\frac{1}{7} + \frac{2}{7} = \frac{1+2}{7} = \frac{3}{7}$
SB	Odečítání (spol. jmenovatel)	$\frac{2}{5} - \frac{1}{5} = \frac{2-1}{5} = \frac{1}{5}$
MT	Násobení	$\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5} = \frac{3}{10}$
CD	Spol. jmenovatel	$\left(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}\right) = \left(\frac{3}{6}, \frac{4}{6}\right)$
CL	Krácení	$\frac{4}{6} = \frac{2 \cdot 2}{2 \cdot 3} = \frac{2}{3}$
CIM	Konv. na slož. zlomek	$\frac{7}{2} = \frac{3 \cdot 2 + 1}{2} = 3\frac{1}{2}$
CMI	Konv. na nepravý zlomek	$3\frac{1}{2} = \frac{3 \cdot 2 + 1}{2} = \frac{7}{2}$

Špatné postupy

Označení	Popis	Výskyt
MAD	$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d}$	14.8%
MSB	$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a-c}{b-d}$	9.4%
MMT1	$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{b} = \frac{a \cdot c}{b}$	14.1%
MMT2	$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b \cdot b}$	8.1%
MMT3	$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$	15.4%
MMT4	$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b+d}$	8.1%
MC	$a \frac{b}{c} = \frac{a \cdot b}{c}$	4.0%

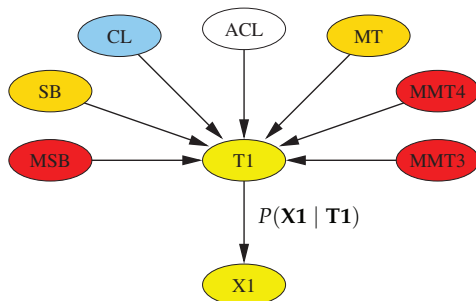
Model studenta



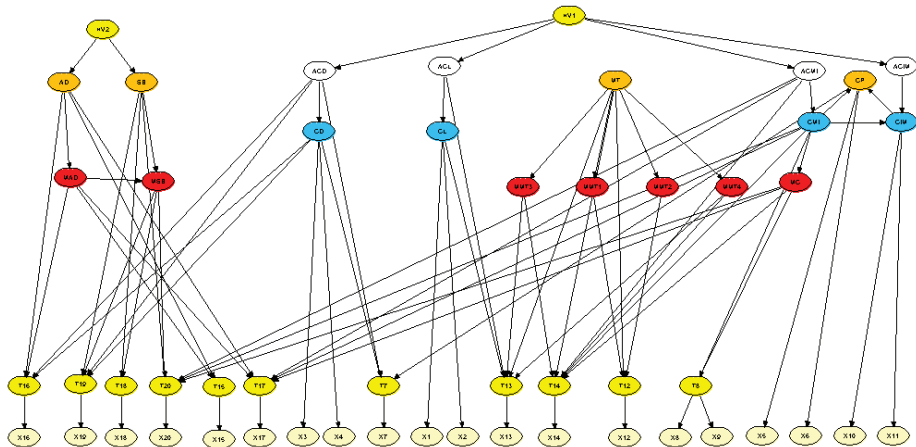
Model úlohy T1

$$\left(\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6}\right) - \frac{1}{8} = \frac{15}{24} - \frac{1}{8} = \frac{5}{8} - \frac{1}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

$T1 \Leftrightarrow MT \ \& \ CL \ \& \ ACL \ \& \ SB \ \& \ \neg MMT3 \ \& \ \neg MMT4 \ \& \ \neg MSB$



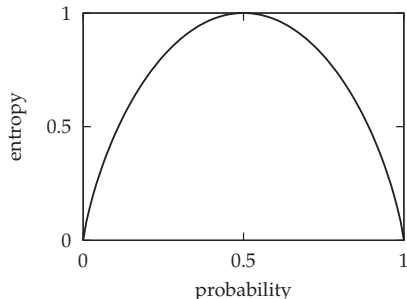
Model studenta spojený s modely otázek



Užitkovou funkcí je informační zisk

“Čím nižší je entropie, tím více o studentovi víme.”

$$H(P(\mathbf{X})) = - \sum_{\mathbf{x}} P(\mathbf{X} = \mathbf{x}) \cdot \log P(\mathbf{X} = \mathbf{x})$$



Informační zisk v uzlu n strategie

$$IG(\mathbf{e}_n) = H(P(\mathbf{S})) - H(P(\mathbf{S} | \mathbf{e}_n))$$

Skill Prediction Quality

