

Bayesovské sítě: pravděpodobnostní inference

Jiří Vomlel

Ústav teorie informace a automatizace (ÚTIA)
Akademie věd České republiky
<http://www.utia.cz/vomlel>

Praha, 13. prosince 2016

Strom spojení - Join Tree

Strom spojení neorientovaného grafu je neorientovaný graf takový, že:

- uzly odpovídají klikám grafu

Strom spojení - Join Tree

Strom spojení neorientovaného grafu je neorientovaný graf takový, že:

- uzly odpovídají klikám grafu
- uzly jsou spojeny hranami tak, že graf je strom (tj. souvislý graf bez cyklů)

Strom spojení - Join Tree

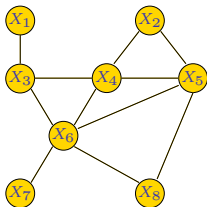
Strom spojení neorientovaného grafu je neorientovaný graf takový, že:

- uzly odpovídají klikám grafu
- uzly jsou spojeny hranami tak, že graf je strom (tj. souvislý graf bez cyklů)
- pro všechny dvojice uzlů C_1 and C_2 platí, že všechny kliky, které odpovídají uzlům na cestě mezi C_1 a C_2 , obsahují $C_1 \cap C_2$.

Strom spojení - Join Tree

Strom spojení neorientovaného grafu je neorientovaný graf takový, že:

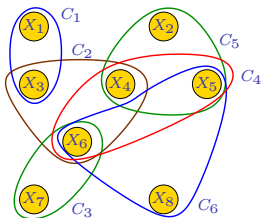
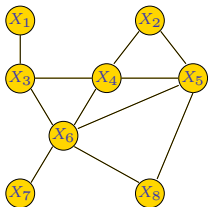
- uzly odpovídají klikám grafu
- uzly jsou spojeny hranami tak, že graf je strom (tj. souvislý graf bez cyklů)
- pro všechny dvojice uzlů C_1 and C_2 platí, že všechny kliky, které odpovídají uzlům na cestě mezi C_1 a C_2 , obsahují $C_1 \cap C_2$.



Strom spojení - Join Tree

Strom spojení neorientovaného grafu je neorientovaný graf takový, že:

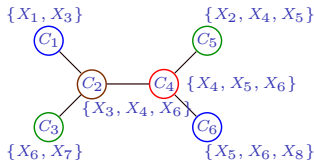
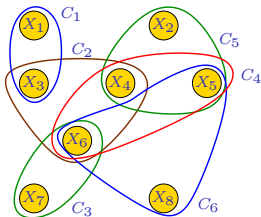
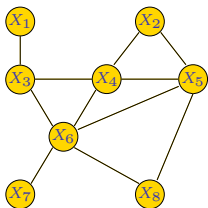
- uzly odpovídají klikám grafu
- uzly jsou spojeny hranami tak, že graf je strom (tj. souvislý graf bez cyklů)
- pro všechny dvojice uzlů C_1 and C_2 platí, že všechny kliky, které odpovídají uzlům na cestě mezi C_1 a C_2 , obsahují $C_1 \cap C_2$.



Strom spojení - Join Tree

Strom spojení neorientovaného grafu je neorientovaný graf takový, že:

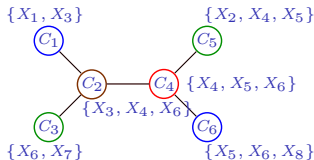
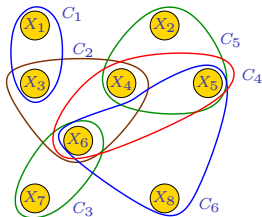
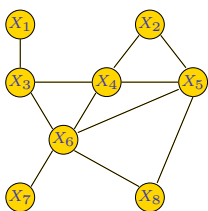
- uzly odpovídají klikám grafu
- uzly jsou spojeny hranami tak, že graf je strom (tj. souvislý graf bez cyklů)
- pro všechny dvojice uzlů C_1 and C_2 platí, že všechny kliky, které odpovídají uzlům na cestě mezi C_1 a C_2 , obsahují $C_1 \cap C_2$.



Strom spojení - Join Tree

Strom spojení neorientovaného grafu je neorientovaný graf takový, že:

- uzly odpovídají klikám grafu
- uzly jsou spojeny hranami tak, že graf je strom (tj. souvislý graf bez cyklů)
- pro všechny dvojice uzlů C_1 and C_2 platí, že všechny kliky, které odpovídají uzlům na cestě mezi C_1 a C_2 , obsahují $C_1 \cap C_2$.



Pro triangulovaný graf lze strom spojení nalézt **vždy**.

Rozšířený strom spojení - Junction Tree

Strom spojení rozšíříme tak, že:

- každou pravděpodobnostní tabulku přiřadíme některému uzlu jehož klika obsahuje všechny proměnné dané tabulky

Rozšířený strom spojení - Junction Tree

Strom spojení rozšíříme tak, že:

- každou pravděpodobnostní tabulku přiřadíme některému uzlu jehož klika obsahuje všechny proměnné dané tabulky
- každé hraně $\{C_i, C_j\}$ přiřadíme separátor $C_i \cap C_j$

Rozšířený strom spojení - Junction Tree

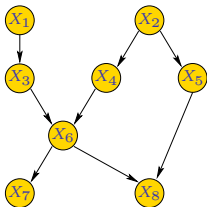
Strom spojení rozšíříme tak, že:

- každou pravděpodobnostní tabulku přiřadíme některému uzlu jehož klika obsahuje všechny proměnné dané tabulky
- každé hraně $\{C_i, C_j\}$ přiřadíme separátor $C_i \cap C_j$
- každý separátor bude obsahovat dvě poštovní schránky (mailboxes) pro pravděpodobnostní tabulky – jednu schránku pro každý směr.

Rozšířený strom spojení - Junction Tree

Strom spojení rozšíříme tak, že:

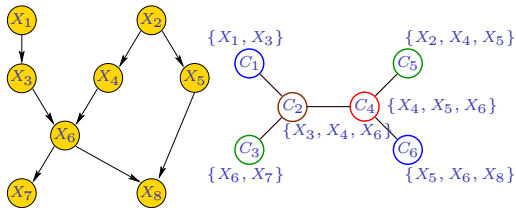
- každou pravděpodobnostní tabulku přiřadíme některému uzlu jehož klika obsahuje všechny proměnné dané tabulky
- každé hraně $\{C_i, C_j\}$ přiřadíme separátor $C_i \cap C_j$
- každý separátor bude obsahovat dvě poštovní schránky (mailboxes) pro pravděpodobnostní tabulky – jednu schránku pro každý směr.



Rozšířený strom spojení - Junction Tree

Strom spojení rozšíříme tak, že:

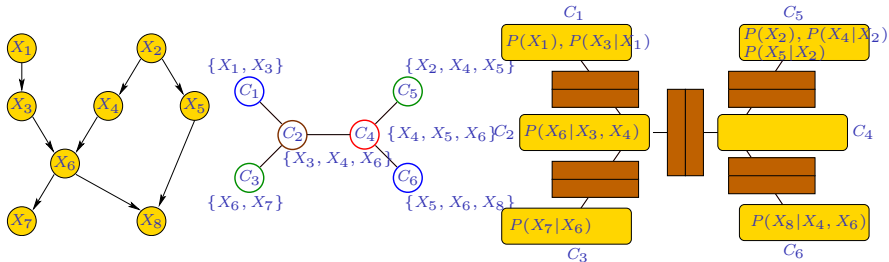
- každou pravděpodobnostní tabulku přiřadíme některému uzlu jehož klika obsahuje všechny proměnné dané tabulky
- každé hraně $\{C_i, C_j\}$ přiřadíme separátor $C_i \cap C_j$
- každý separátor bude obsahovat dvě poštovní schránky (mailboxes) pro pravděpodobnostní tabulky – jednu schránku pro každý směr.



Rozšířený strom spojení - Junction Tree

Strom spojení rozšíříme tak, že:

- každou pravděpodobnostní tabulku přiřadíme některému uzlu jehož klika obsahuje všechny proměnné dané tabulky
- každé hraně $\{C_i, C_j\}$ přiřadíme separátor $C_i \cap C_j$
- každý separátor bude obsahovat dvě poštovní schránky (mailboxes) pro pravděpodobnostní tabulky – jednu schránku pro každý směr.



Výpočet marginálních pravděpodobností ve stromu spojení

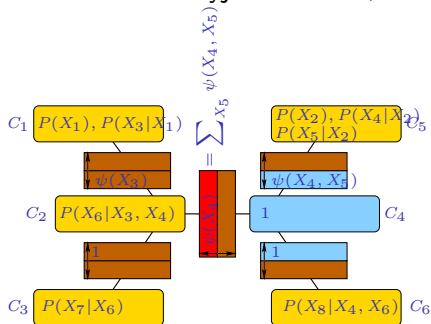
Pravidla pro zasílání zpráv:

- každý uzel může zaslat zprávu pouze tehdy, když obdržel zprávu ve všech schránkách s výjimkou toho, kam zprávu odešle

Výpočet marginálních pravděpodobností ve stromu spojení

Pravidla pro zasílání zpráv:

- každý uzel může zaslat zprávu pouze tehdy, když obdržel zprávu ve všech schránkách s výjimkou toho, kam zprávu odešle



Výpočet marginálních pravděpodobností ve stromu spojení

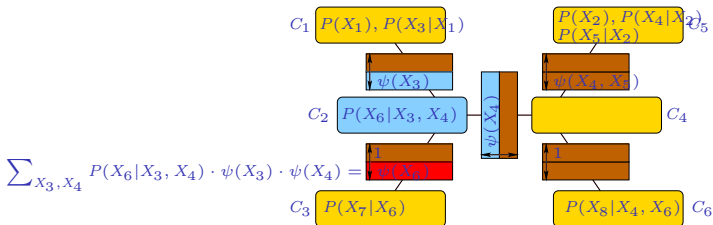
Pravidla pro zasílání zpráv:

- každý uzel může zaslat zprávu pouze tehdy, když obdržel zprávu ve všech schránkách s výjimkou toho, kam zprávu odešle
- zpráva z C_i to C_j je spočtena marginalizací na proměnné z $C_i \cap C_j$ ze součinu všech pravděpodobnostních tabulek přiřazených C_i a všech pravděpodobnostních tabulek v příchozích schránkách (incoming mailboxes) C_i s výjimkou schránky z C_j do C_i .

Výpočet marginálních pravděpodobností ve stromu spojení

Pravidla pro zasílání zpráv:

- každý uzel může zaslat zprávu pouze tehdy, když obdržel zprávu ve všech schránkách s výjimkou toho, kam zprávu odešle
- zpráva z C_i to C_j je spočtena marginalizací na proměnné z $C_i \cap C_j$ ze součinu všech pravděpodobností tabulek přiřazených C_i a všech pravděpodobností tabulek v příchozích schránkách (incoming mailboxes) C_i s výjimkou schránky z C_j do C_i .

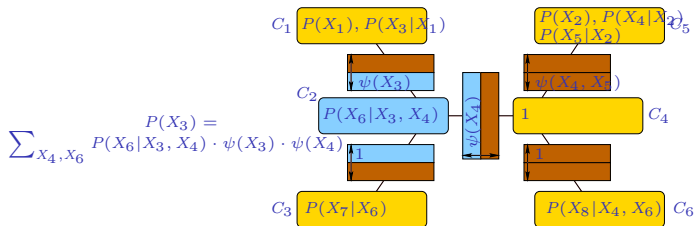


Výpočet marginálních pravděpodobností ve stromu spojení

- Abychom mohli spočítat nějakou marginální pravděpodobnostní tabulku musíme:
 - (1) najít kliku, která obsahuje všechny její proměnné,
 - (2) spočítat součin všech tabulek přiřazených této klice a všech tabulek v příchozích schránkách a
 - (3) marginalizovat tabulku, pokud je to třeba.

Výpočet marginálních pravděpodobností ve stromu spojení

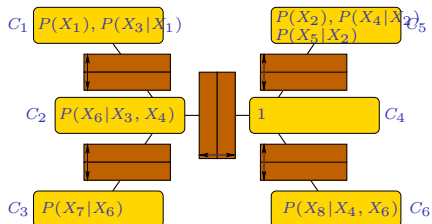
- Abychom mohli spočítat nějakou marginální pravděpodobnostní tabulku musíme:
 - najít kliku, která obsahuje všechny její proměnné,
 - spočítat součin všech tabulek přiřazených této klice a všech tabulek v příchozích schránkách a
 - marginalizovat tabulku, pokud je to třeba.



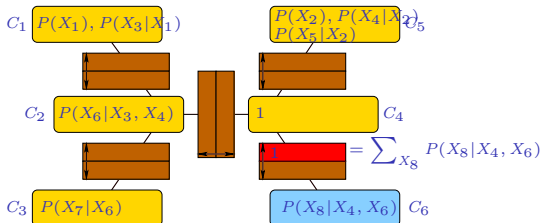
Výpočet marginálních pravděpodobností ve stromu spojení

- Abychom mohli spočítat nějakou marginální pravděpodobnostní tabulku musíme:
 - (1) najít kliku, která obsahuje všechny její proměnné,
 - (2) spočítat součin všech tabulek přiřazených této klice a všech tabulek v příchozích schránkách a
 - (3) marginalizovat tabulku, pokud je to třeba.
- Výpočet končí, když jsou všechny schránky zaplněny.

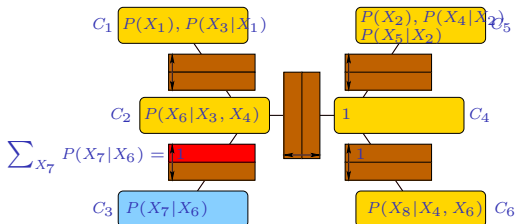
Příklad výpočtu $P(X_3)$ ve stromu spojení



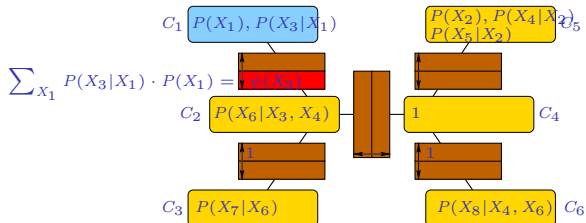
Příklad výpočtu $P(X_3)$ ve stromu spojení



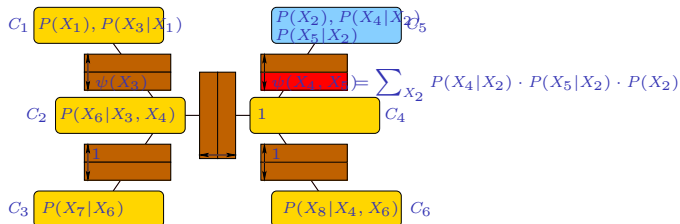
Příklad výpočtu $P(X_3)$ ve stromu spojení



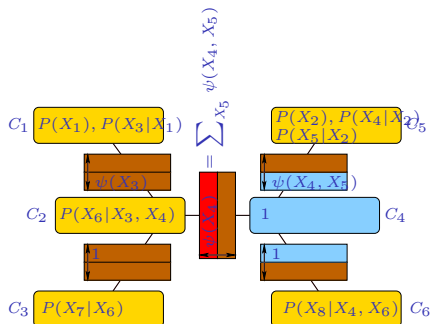
Příklad výpočtu $P(X_3)$ ve stromu spojení



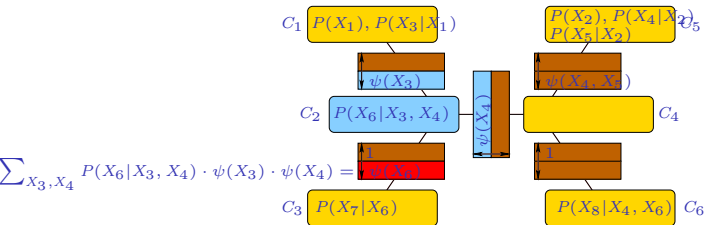
Příklad výpočtu $P(X_3)$ ve stromu spojení



Příklad výpočtu $P(X_3)$ ve stromu spojení



Příklad výpočtu $P(X_3)$ ve stromu spojení



Příklad výpočtu $P(X_3)$ ve stromu spojení

$$\sum_{X_4, X_6}$$

$$P(X_3) =$$

$$P(X_6|X_3, X_4) \cdot \psi(X_3) \cdot \psi(X_4)$$

