

# Příklady aplikací bayesovských sítí

Jiří Vomlel

Ústav teorie informace a automatizace (ÚTIA)  
Akademie věd České republiky  
<http://www.utia.cz/vomlel>

Praha, 13. prosince 2016

# Obsah přednášky

- Aplikace 1: Technická diagnostika

## Obsah přednášky

- Aplikace 1: Technická diagnostika
- Aplikace 2: Adaptivní testování znalostí

# Obsah přednášky

- Aplikace 1: Technická diagnostika
- Aplikace 2: Adaptivní testování znalostí
- Aplikace 3: Řízení rychlosti vozu F1

## Technická diagnostika – optimální strategie opravy

- Příčiny problému (závady)  $C \in \mathcal{C}$ .

## Technická diagnostika – optimální strategie opravy

- Příčiny problému (závady)  $C \in \mathcal{C}$ .
- Akce  $A \in \mathcal{A}$  - opravné kroky, které mohou odstranit závadu.

## Technická diagnostika – optimální strategie opravy

- Příčiny problému (závady)  $C \in \mathcal{C}$ .
- Akce  $A \in \mathcal{A}$  - opravné kroky, které mohou odstranit závadu.
- Otázky  $Q \in \mathcal{Q}$  - kroky, které mohou pomoci identifikovat, kde je závada.

## Technická diagnostika – optimální strategie opravy

- Příčiny problému (závady)  $C \in \mathcal{C}$ .
- Akce  $A \in \mathcal{A}$  - opravné kroky, které mohou odstranit závadu.
- Otázky  $Q \in \mathcal{Q}$  - kroky, které mohou pomoci identifikovat, kde je závada.
- Ke každé akci i otázce je přiřazena cena ( $c_A$  značí cenu akce  $A$ ,  $c_Q$  cenu otázky  $Q$ ).  
Cena může znamenat:
  - dobu potřebnou k provedení akce či otázky,
  - cenu za náhradní díl, který použijeme
  - rizikovost akce
  - kombinaci výše uvedeného.



## Technická diagnostika laserové tiskárny

**Trouble:** světlý tisk.

**Troubleshooter:** doporučí kroky, které vedou k odstranění “trouble”

## Technická diagnostika laserové tiskárny

**Trouble:** světlý tisk.

**Troubleshooter:** doporučí kroky, které vedou k odstranění “trouble”

Akce a otázky	cena
$A_1$ : Remove, shake and reseal toner	5
$A_2$ : Try another toner	15
$A_3$ : Cycle power	1
$Q_1$ : Is the printer configuration page printed light?	2

## Technická diagnostika laserové tiskárny

**Trouble:** světlý tisk.

**Troubeshooter:** doporučí kroky, které vedou k odstranění “trouble”

---

Akce a otázky	cena
$A_1$ : Remove, shake and reseal toner	5
$A_2$ : Try another toner	15
$A_3$ : Cycle power	1
$Q_1$ : Is the printer configuration page printed light?	2

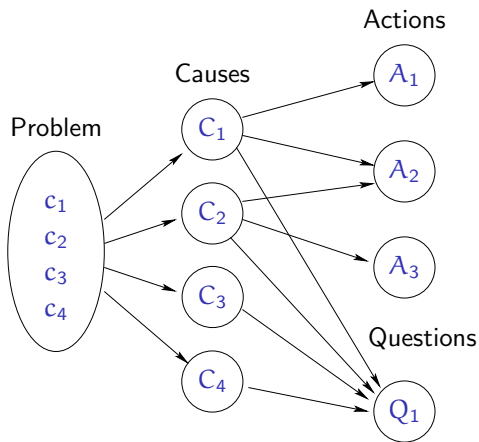
---

---

Možné závady při světlém tisku	$P(C_i)$
$C_1$ : Toner low	0.4
$C_2$ : Defective toner	0.3
$C_3$ : Corrupted dataflow	0.2
$C_4$ : Wrong driver setting	0.1

---

# Bayesovská síť pro problém světlého tisku



Viz model v Huginu.

## Očekávaná cena opravy - ECR

- Strategie může skončit neúspěšně - např. jsme vyčerpali všechny možné akce:
  - uplatní se penalizace  $c(e_\ell)$
  - penalizací může být např. cena, kterou zaplatíme za zavolání servisních techniků

## Očekávaná cena opravy - ECR

- Strategie může skončit neúspěšně - např. jsme vyčerpali všechny možné akce:
  - uplatní se penalizace  $c(e_\ell)$
  - penalizací může být např. cena, kterou zaplatíme za zavolání servisních techniků
- Strategie může končit vyřešením problému  $c(e_\ell) = 0$ .

## Očekávaná cena opravy - ECR

- Strategie může skončit neúspěšně - např. jsme vyčerpali všechny možné akce:
  - uplatní se penalizace  $c(e_\ell)$
  - penalizací může být např. cena, kterou zaplatíme za zavolání servisních techniků
- Strategie může končit vyřešením problému  $c(e_\ell) = 0$ .
- Získaná evidence

$$e = \left\{ \begin{array}{l} A = \text{yes/no}, A \in \text{Provedené akce}, \\ Q = \text{yes/no}, Q \in \text{Zodpovězené otázky} \end{array} \right\}$$

## Očekávaná cena opravy - ECR

- Strategie může skončit neúspěšně - např. jsme vyčerpali všechny možné akce:
  - uplatní se penalizace  $c(e_\ell)$
  - penalizací může být např. cena, kterou zaplatíme za zavolání servisních techniků
- Strategie může končit vyřešením problému  $c(e_\ell) = 0$ .
- Získaná evidence

$$e = \left\{ \begin{array}{l} A = \text{yes/no}, A \in \text{Provedené akce}, \\ Q = \text{yes/no}, Q \in \text{Zodpovězené otázky} \end{array} \right\}$$

- $P(e)$  ... pravděpodobnost evidence  $e$



## Očekávaná cena opravy - ECR

- Strategie může skončit neúspěšně - např. jsme vyčerpali všechny možné akce:
  - uplatní se penalizace  $c(e_\ell)$
  - penalizací může být např. cena, kterou zaplatíme za zavolání servisních techniků
- Strategie může končit vyřešením problému  $c(e_\ell) = 0$ .
- Získaná evidence

$$e = \left\{ \begin{array}{l} A = \text{yes/no}, A \in \text{Provedené akce}, \\ Q = \text{yes/no}, Q \in \text{Zodpovězené otázky} \end{array} \right\}$$

- $P(e)$  ... pravděpodobnost evidence  $e$
- $t(e)$  ... celková cena provedených akcí a otázek

## Očekávaná cena opravy - ECR

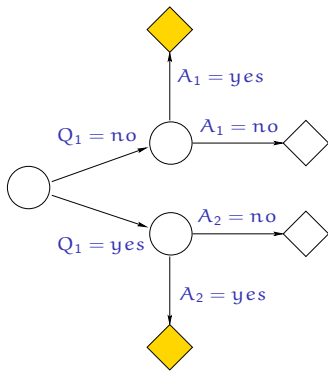
- Strategie může skončit neúspěšně - např. jsme vyčerpali všechny možné akce:
  - uplatní se penalizace  $c(e_\ell)$
  - penalizací může být např. cena, kterou zaplatíme za zavolání servisních techniků
- Strategie může končit vyřešením problému  $c(e_\ell) = 0$ .
- Získaná evidence

$$e = \left\{ \begin{array}{l} A = \text{yes/no}, A \in \text{Provedené akce}, \\ Q = \text{yes/no}, Q \in \text{Zodpovězené otázky} \end{array} \right\}$$

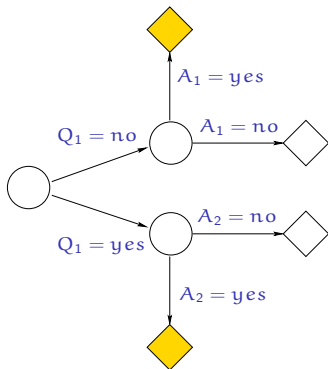
- $P(e)$  ... pravděpodobnost evidence  $e$
- $t(e)$  ... celková cena provedených akcí a otázek

$$\text{ECR}(s) = \sum_{\ell \in \text{Listy strategie } s} P(e_\ell) \cdot (t(e_\ell) + c(e_\ell))$$

## Ohodnocení strategie opravy - ECR



## Ohodnocení strategie opravy - ECR



Strategie	očekávaná cena opravy (ECR)
$Q_1 \left\{ \begin{array}{l} A_1 \\ A_2 \end{array} \right.$	$p(Q_1 = \text{no}, A_1 = \text{yes}) \cdot (c_{Q_1} + c_{A_1} + 0)$
	$+ p(Q_1 = \text{no}, A_1 = \text{no}) \cdot (c_{Q_1} + c_{A_1} + c_{CS})$
	$+ p(Q_1 = \text{yes}, A_2 = \text{yes}) \cdot (c_{Q_1} + c_{A_2} + 0)$
	$+ p(Q_1 = \text{yes}, A_2 = \text{no}) \cdot (c_{Q_1} + c_{A_2} + c_{CS})$

## Cíl technické diagnostiky

**Cíl:** nalézt strategii  $s^*$  takovou, že pro všechny strategie  $s$  platí

$$\text{ECR}(s^*) \leq \text{ECR}(s) .$$

## Cíl technické diagnostiky

**Cíl:** nalézt strategii  $s^*$  takovou, že pro všechny strategie  $s$  platí

$$\text{ECR}(s^*) \leq \text{ECR}(s) .$$

**Polynomiálně řešitelná úloha**

## Cíl technické diagnostiky

**Cíl:** nalézt strategii  $s^*$  takovou, že pro všechny strategie  $s$  platí

$$ECR(s^*) \leq ECR(s) .$$

### Polynomiálně řešitelná úloha

(1) každá akce řeší právě jednu závadu,

## Cíl technické diagnostiky

**Cíl:** nalézt strategii  $s^*$  takovou, že pro všechny strategie  $s$  platí

$$ECR(s^*) \leq ECR(s) .$$

### Polynomiálně řešitelná úloha

- (1) každá akce řeší právě jednu závadu,
- (2) všechny akce jsou navzájem podmíněně nezávislé při známých příčinách



## Cíl technické diagnostiky

**Cíl:** nalézt strategii  $s^*$  takovou, že pro všechny strategie  $s$  platí

$$ECR(s^*) \leq ECR(s) .$$

### Polynomiálně řešitelná úloha

- (1) každá akce řeší právě jednu závadu,
- (2) všechny akce jsou navzájem podmíněně nezávislé při známých příčinách
- (3) platí, že zařízení má v jednom okamžiku pouze jednu závadu (single fault assumption)

## Cíl technické diagnostiky

**Cíl:** nalézt strategii  $s^*$  takovou, že pro všechny strategie  $s$  platí

$$ECR(s^*) \leq ECR(s) .$$

### Polynomiálně řešitelná úloha

- (1) každá akce řeší právě jednu závadu,
- (2) všechny akce jsou navzájem podmíněně nezávislé při známých příčinách
- (3) platí, že zařízení má v jednom okamžiku pouze jednu závadu (single fault assumption)

### NP-těžká úloha

## Cíl technické diagnostiky

**Cíl:** nalézt strategii  $s^*$  takovou, že pro všechny strategie  $s$  platí

$$ECR(s^*) \leq ECR(s) .$$

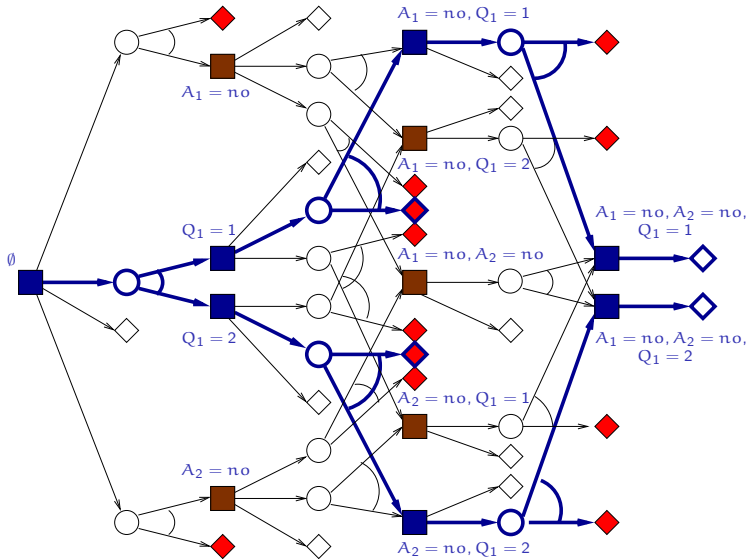
### Polynomiálně řešitelná úloha

- (1) každá akce řeší právě jednu závadu,
- (2) všechny akce jsou navzájem podmíněně nezávislé při známých příčinách
- (3) platí, že zařízení má v jednom okamžiku pouze jednu závadu (single fault assumption)

### NP-těžká úloha

- (1) některé akce řeší více než dvě závady

# Reprezentace prostoru všech řešení AND/OR grafem



## Algoritmy pro nalezení optimálního řešení

- využití metod prohledávání stavového prostoru:

## Algoritmy pro nalezení optimálního řešení

- využití metod prohledávání stavového prostoru:
- metoda větví a mezí (branch and bound)

## Algoritmy pro nalezení optimálního řešení

- využití metod prohledávání stavového prostoru:
- metoda větví a mezí (branch and bound)
- metody dynamického programování

## Algoritmy pro nalezení optimálního řešení

- využití metod prohledávání stavového prostoru:
- metoda větví a mezí (branch and bound)
- metody dynamického programování
- $A^*$  pro AND/OR grafy



# Algoritmy pro nalezení optimálního řešení

- využití metod prohledávání stavového prostoru:
- metoda větví a mezí (branch and bound)
- metody dynamického programování
- $A^*$  pro AND/OR grafy

Prohledávání prostoru všech řešení je výpočetně náročné.

## Suboptimální řešení v reálném čase

### **BATS troubleshooter:**

- Vyvinutý v rámci společného projektu Hewlett-Packard a Aalborg University.

## Suboptimální řešení v reálném čase

### **BATS troubleshooter:**

- Vyvinutý v rámci společného projektu Hewlett-Packard a Aalborg University.
- Využívá několik heuristik založených na poměru  $p/c$ .

## Suboptimální řešení v reálném čase

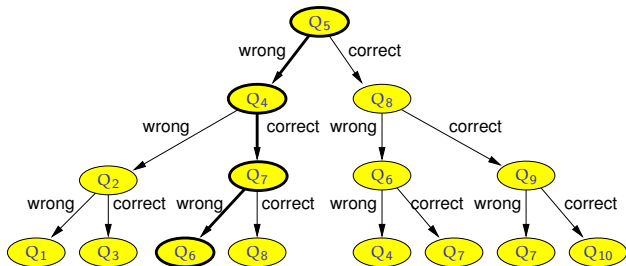
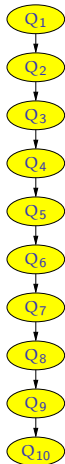
### BATS troubleshooter:

- Vyvinutý v rámci společného projektu Hewlett-Packard a Aalborg University.
- Využívá několik heuristik založených na poměru  $p/c$ .

### Porovnání optimálního řešení s BATS troubleshooterem

Problem	$ \mathcal{A} $	$ \mathcal{Q} $	OPTIM	BATS
53	6	2	<b>433.238</b>	443.305
Tray	9	3	<b>129.214</b>	129.214
Overrun	11	3	<b>106.204</b>	112.456
Load	12	3	<b>38.3777</b>	38.4229
Pjam	13	4	<b>124.323</b>	124.365
Scatter	14	4	<b>115.410</b>	115.862
NotDupl	9	9	<b>70.6740</b>	73.5984
Spots	16	5	<b>161.385</b>	162.246
MIO1	10	10	<b>250.452</b>	253.310

# Adaptivní test znalostí



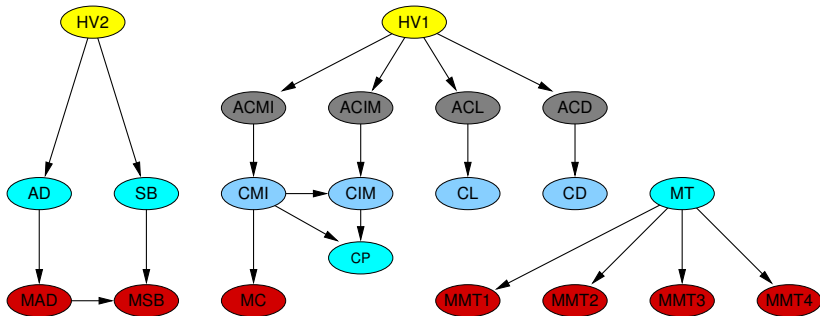
## Příklad testu: Matematické operace se zlomky

	Dovednost	Příklad
<b>CP</b>	Porovnávání (společný čítecil nebo jmenovatel)	$\frac{1}{2} > \frac{1}{3}, \frac{2}{3} > \frac{1}{3}$
<b>AD</b>	Sčítání (společný jmenovatel)	$\frac{1}{7} + \frac{2}{7} = \frac{1+2}{7} = \frac{3}{7}$
<b>SB</b>	Odčítání (společný jmenovatel)	$\frac{2}{5} - \frac{1}{5} = \frac{2-1}{5} = \frac{1}{5}$
<b>MT</b>	Násobení	$\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5} = \frac{3}{10}$
<b>CD</b>	Převod na společný jmenovatel	$(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}) = (\frac{3}{6}, \frac{4}{6})$
<b>CL</b>	Krácení	$\frac{4}{6} = \frac{2 \cdot 2}{2 \cdot 3} = \frac{2}{3}$
<b>CIM</b>	Převod na smíšené zlomky	$\frac{7}{2} = \frac{3 \cdot 2 + 1}{2} = 3\frac{1}{2}$
<b>CMI</b>	Převod na nepravé zlomky	$3\frac{1}{2} = \frac{3 \cdot 2 + 1}{2} = \frac{7}{2}$

## Mylné postupy (Misconceptions)

	Příklad	Četnost výskytu v datech
<b>MAD</b>	$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d}$	14.8%
<b>MSB</b>	$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a-c}{b-d}$	9.4%
<b>MMT1</b>	$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{b} = \frac{a \cdot c}{b}$	14.1%
<b>MMT2</b>	$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b \cdot b}$	8.1%
<b>MMT3</b>	$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$	15.4%
<b>MMT4</b>	$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b+d}$	8.1%
<b>MC</b>	$a \frac{b}{c} = \frac{a \cdot b}{c}$	4.0%

# Model studenta





## Model pro úlohu T<sub>1</sub>

$$\left(\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6}\right) - \frac{1}{8} = \frac{15}{24} - \frac{1}{8} = \frac{5}{8} - \frac{1}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

## Model pro úlohu T<sub>1</sub>

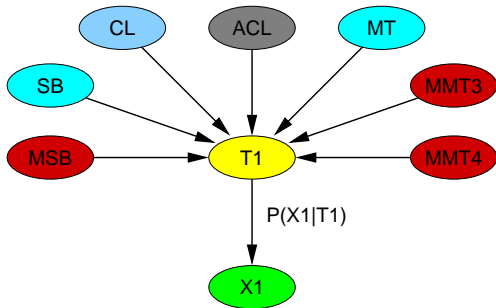
$$\left(\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6}\right) - \frac{1}{8} = \frac{15}{24} - \frac{1}{8} = \frac{5}{8} - \frac{1}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

T<sub>1</sub> ⇔ MT & CL & ACL & SB & ¬MMT3 & ¬MMT4 & ¬MSB

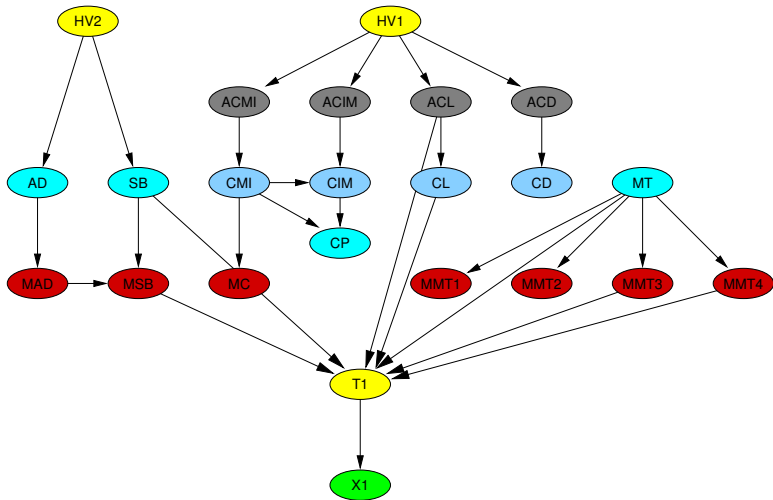
## Model pro úlohu T<sub>1</sub>

$$\left(\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6}\right) - \frac{1}{8} = \frac{15}{24} - \frac{1}{8} = \frac{5}{8} - \frac{1}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

T<sub>1</sub> ⇔ MT & CL & ACL & SB & ¬MMT3 & ¬MMT4 & ¬MSB



# Model studenta spojený s modelom pro úlohu $T_1$



# Adaptivní test

Opakujeme dva základní kroky:

1. odhadujeme úroveň jednotlivých znalostí studenta

# Adaptivní test

Opakujeme dva základní kroky:

1. odhadujeme úroveň jednotlivých znalostí studenta
2. vybíráme vhodnou otázku na základě odhadu úrovně znalostí

# Adaptivní test

Opakujeme dva základní kroky:

1. odhadujeme úroveň jednotlivých znalostí studenta
2. vybíráme vhodnou otázku na základě odhadu úrovně znalostí

Entropie jako míra informace:

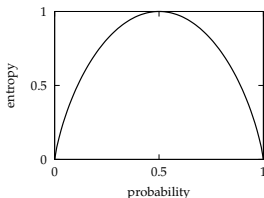
# Adaptivní test

Opakujeme dva základní kroky:

1. odhadujeme úroveň jednotlivých znalostí studenta
2. vybíráme vhodnou otázku na základě odhadu úrovně znalostí

Entropie jako míra informace:

- $H(P(\mathbf{S})) = - \sum_s P(\mathbf{S} = s) \cdot \log P(\mathbf{S} = s)$





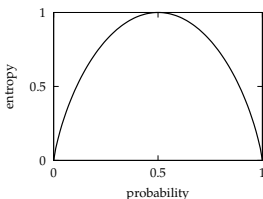
## Adaptivní test

Opakujeme dva základní kroky:

1. odhadujeme úroveň jednotlivých znalostí studenta
2. vybíráme vhodnou otázku na základě odhadu úrovně znalostí

Entropie jako míra informace:

- $H(P(S)) = - \sum_s P(S = s) \cdot \log P(S = s)$



- Čím je entropie nižší tím více toho o znalostech studenta víme.

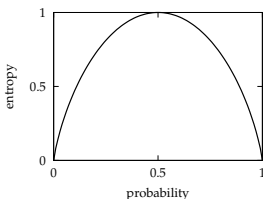
# Adaptivní test

Opakujeme dva základní kroky:

1. odhadujeme úroveň jednotlivých znalostí studenta
2. vybíráme vhodnou otázku na základě odhadu úrovně znalostí

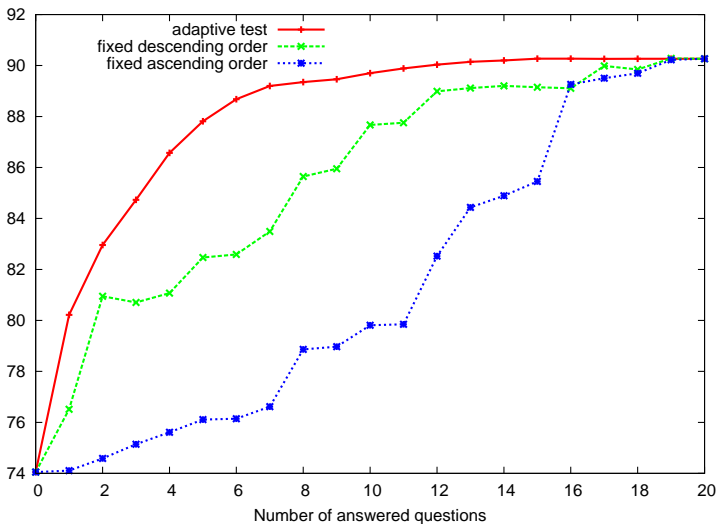
Entropie jako míra informace:

- $H(P(S)) = - \sum_s P(S = s) \cdot \log P(S = s)$



- Čím je entropie nižší tím více toho o znalostech studenta víme.
- Hladový algoritmus: V každém kroku vybereme otázku, která nejvíce snižuje entropii.

# Kvalita predikce jednotlivých dovedností

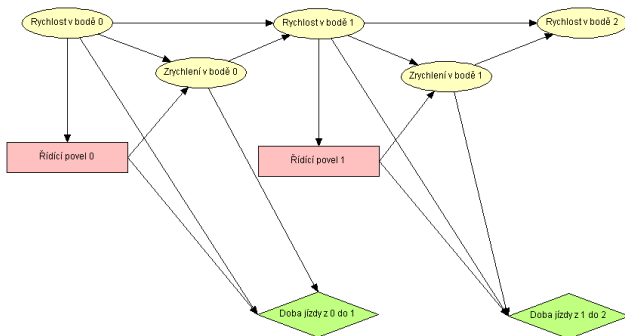


## Aplikace 3: F1 na okruhu v Silverstone



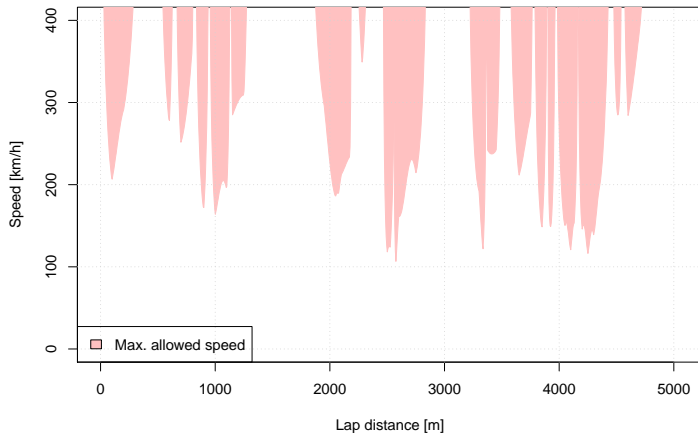
- Délka: 3.194 mil = 5.140 km
- Používaný při Velké ceně Velké Británie v letech 2000 – 2009.
- Nejrychlejší okruh: Sebastian Vettel (2009), Red Bull-Renault
- Čas jednoho okruhu: 78.119 vteřin

# Rozhodovací diagram pro rychlostní profil vozu F1 (pro dva segmenty)



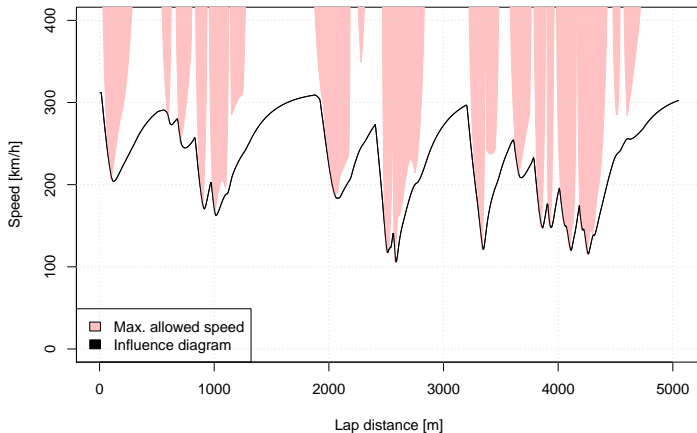
# Porovnání rychlostních profilů

Omezení na maximální rychlost



# Porovnání rychlostních profilů

Řešení pomocí rozhodovacího diagramu – čas 84.0 s.



# Porovnání rychlostních profilů

Řešení pomocí rozhodovacího diagramu – čas 84.0 s.

Testovací pilot – čas 85.8 s. (S. Vettel 78.119 s.)

